

Definiční obor výrazu

Definiční obor výrazu je množina čísel, která můžeme dosadit za proměnnou a daný výraz má smysl, tj. kalkulačka ukáže výsledek (ne Math ERROR).

Zadání úloh na určení definičního oboru výrazu může mít několik podob

- ☞ Jaké jsou všechny hodnoty x , pro něž zadaný výraz nemá smysl?
- ☞ Určete množinu všech $x \in R$, pro která má daný výraz smysl.
- ☞ Určete, pro která reálná čísla x má výraz smysl (tj. podmínky).
- ☞ Pro daný výraz s reálnou proměnnou x určete definiční obor výrazu.
- ☞ Uveďte podmínky, pro něž má výraz smysl.
- ☞ Pro daný výraz uveďte podmínky.

Řešení úlohy s kterýmkoliv z těchto zadání je v podstatě stejné, liší se pouze tím, jak formulujeme výsledek.

Jestli pozitivně (tj. jaká čísla můžeme dosadit do daného výrazu) nebo negativně (jaká čísla nesmíme dosadit do daného výrazu).

Lomený výraz má smysl, jestliže se jeho jmenovatel nerovná nule.

Příklad

Jakékoliv z výše uvedených zadání, výraz: $\frac{3x+5}{2x-3}$

Řešení

$$2x - 3 \neq 0$$

$$2x \neq 3 \quad / : 2$$

$$x \neq \frac{3}{2}$$

Výsledek

Definiční obor výrazu $x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \infty\right)$ která čísla můžeme dosadit do výrazu

Podmínky, kdy má výraz smysl: $x \neq \frac{3}{2}$ která čísla nesmíme dosadit do výrazu

Obě možnosti je možné uznat za správný výsledek.

Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnných mají dané výrazy smysl (podmínky).

1) $\frac{x-1}{2x}$

2) $\frac{3-x}{x-2}$

3) $\frac{x^2-1}{2x+5}$

4) $\frac{3x-5}{(2+x)(4-3x)}$

5) $\frac{2a-6}{a^2+3a}$

6) $\frac{x^2+1}{x^2-1}$

7) $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

8) $\frac{3x+2}{x^3+x}$

9) $\frac{3x+2}{x^3-x}$

10) $\frac{5a}{4a^2-1}$

11) $\frac{a^2-4}{a^2+2a} \cdot \frac{a}{a^2+4}$

12) $\frac{2x+9}{x^2-4x+4}$

13) $\frac{3-5a}{a^2+6a+9}$

14) $\frac{x+2}{2x-3} \cdot \frac{x-3}{4x-1}$

Řešení

1) $\frac{x-1}{2x}$

$$2x \neq 0 \quad / : 2$$

$$x \neq 0$$

Podmínky výrazu: $x \neq 0$

2) $\frac{3-x}{x-2}$

$$x-2 \neq 0$$

$$x \neq 2$$

Podmínky výrazu: $x \neq 2$

3) $\frac{x^2-1}{2x+5}$

$$2x+5 \neq 0$$

$$x \neq -\frac{5}{2}$$

Podmínky výrazu: $x \neq -\frac{5}{2}$

4) $\frac{3x-5}{(2+x)(4-3x)}$

$$(2+x)(4-3x) \neq 0$$

$$2+x \neq 0 \quad \text{a} \quad 4-3x \neq 0$$

$$x \neq -2 \quad \text{a} \quad -3x \neq -4 \quad / : (-3)$$

$$x \neq \frac{4}{3}$$

Podmínky výrazu: $x \neq -2$; $x \neq \frac{4}{3}$

5) $\frac{2a-6}{a^2+3a}$

$$a^2+3a \neq 0$$

$$a \cdot (a+3) \neq 0$$

$$a \neq 0 \quad \text{a} \quad a \neq -3$$

Podmínky výrazu: $a \neq 0$; $a \neq -3$

6) $\frac{x^2+1}{x^2-1}$

$$x^2-1 \neq 0$$

$$(x+1)(x-1) \neq 0$$

$$x \neq -1 \quad \text{a} \quad x \neq 1$$

Podmínky výrazu: $x \neq -1$; $x \neq 1$

$$7) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$x^2 + 1 \neq 0$$

$$x^2 \neq -1$$

Druhá mocnina žádného reálného čísla nemůže být záporná.

Podmínky výrazu: x může být libovolné číslo, $x \in R$

$$8) \frac{3x + 2}{x^3 + x}$$

$$x^3 + x \neq 0$$

$$x \cdot (x^2 + 1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{a} \quad x^2 + 1 \neq 0$$

x může být libovolné číslo

Podmínky výrazu: $x \neq 0$

$$9) \frac{3x + 2}{x^3 - x}$$

$$x^3 - x \neq 0$$

$$x \cdot (x^2 - 1) \neq 0$$

$$x \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{a} \quad x + 1 \neq 0 \quad \text{a} \quad x - 1 \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{a} \quad x \neq -1 \quad \text{a} \quad x \neq 1$$

Podmínky výrazu: $x \neq 0$; $x \neq -1$; $x \neq 1$

$$10) \frac{5a}{4a^2 - 1}$$

$$4a^2 - 1 \neq 0$$

$$(2a + 1)(2a - 1) \neq 0$$

$$2a + 1 \neq 0 \quad \text{a} \quad 2a - 1 \neq 0$$

$$a \neq -\frac{1}{2} \quad \text{a} \quad a \neq \frac{1}{2}$$

Podmínky výrazu: $a \neq -\frac{1}{2}$; $a \neq \frac{1}{2}$

$$11) \frac{a^2 - 4}{a^2 + 2a} \cdot \frac{a}{a^2 + 4}$$

$$a^2 + 2a \neq 0 \quad \text{a} \quad a^2 + 4 \neq 0$$

$$a(a + 2) \neq 0 \quad \text{a} \quad a^2 \neq -4$$

$$a \neq 0 \quad \text{a} \quad a \neq -2 \quad \text{a} \quad \text{a může být libovolné číslo}$$

Podmínky výrazu: $a \neq 0$; $a \neq -2$

$$12) \frac{2x+9}{x^2-4x+4}$$

$$x^2-4x+4 \neq 0$$

$$(x-2)^2 \neq 0$$

$$(x-2)(x-2) \neq 0$$

$$x \neq 2$$

Podmínky výrazu: $x \neq 2$

$$13) \frac{3-5a}{a^2+6a+9}$$

$$a^2+6a+9 \neq 0$$

$$(a+3)^2 \neq 0$$

$$(a+3)(a+3) \neq 0$$

$$a \neq -3$$

Podmínky výrazu: $a \neq -3$

$$14) \frac{x+2}{2x-3} \cdot \frac{x-3}{4x-1}$$

$$2x-3 \neq 0 \quad \text{a} \quad 4x-1 \neq 0$$

$$x \neq \frac{3}{2} \quad \text{a} \quad x \neq \frac{1}{4}$$

Podmínky výrazu: $x \neq \frac{3}{2}; x \neq \frac{1}{4}$