

2. Rozklad mnohočlenu na součin

Vytýkání společného činitele

Čísla: vytýkáme největšího společného dělitele.

Proměnné: vytýkáme proměnnou, která je obsažena ve všech členech mnohočlenu, vytýkáme tu s nejmenším mocnitelem.

Tím, co vytýkáme, dělíme jednotlivé členy.

1)

$$6x^2 - 5x = x \cdot \left(\frac{6x^2}{x} - \frac{5x}{x} \right) = x \cdot (6x - 5)$$

tuto část postupu budeme
později vynechávat

2)

$$8ab - 12b^2 = 4b \cdot \left(\frac{8ab}{4b} - \frac{12b^2}{4b} \right) = 4b \cdot (2a - 3b)$$

3)

$$49a^2b - 35ab^2 = 7ab \left(\frac{49a^2b}{7ab} - \frac{35ab^2}{7ab} \right) = 7ab \cdot (7a - 5b)$$

4)

$$12x^3y^2 - 18x^2y^3 = 6x^2y^2 \cdot \left(\frac{12x^3y^2}{6x^2y^2} - \frac{18x^2y^3}{6x^2y^2} \right) = 6x^2y^2 \cdot (2x - 3y)$$

5)

$$12x^2y - 6xy = 6xy \cdot \left(\frac{12x^2y}{6xy} - \frac{6xy}{6xy} \right) = 6xy \cdot (2x - 1)$$

6)

$$b - a = -1 \cdot \left(\frac{b}{-1} - \frac{a}{-1} \right) = -1 \cdot (-b + a) = -(a - b)$$

7)

$$-12x^2 + 18x = -6x \left(\frac{-12x^2}{-6x} + \frac{18x}{-6x} \right) = -6x(2x - 3)$$

Rozklad pomocí vzorců

Rozklad dvojčlenu

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

Podle tohoto vzorce můžeme rozložit na součin **rozdíl** členů, které lze vyjádřit jako druhou mocninu „něčeho“.

V obou členech dvojčlenu bývají čísla: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ... (druhé mocniny přirozených čísel).

Proměnné jsou ve druhé nebo čtvrté mocnině.

$$\underbrace{x^2}_{A^2} - \underbrace{16}_{B^2} = \underbrace{x^2}_A - \underbrace{4^2}_B = \left(\underbrace{x+4}_{A+B} \right) \left(\underbrace{x-4}_{A-B} \right)$$

$$\underbrace{9a^2}_{A^2} - \underbrace{16b^2}_{B^2} = \underbrace{(3a)^2}_A - \underbrace{(4b)^2}_B = \underbrace{(3a+4b)}_{A+B} \underbrace{(3a-4b)}_{A-B}$$

1)

$$64 - x^2 = 8^2 - x^2 = (8+x)(8-x)$$

2)

$$a^2 - 100 = a^2 - 10^2 = (a+10)(a-10)$$

3)

$$25x^2 - 9 = (5x)^2 - 3^2 = (5x+3)(5x-3)$$

4)

$$x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x+1)(x-1)$$

5)

$$4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2 = (2x+3y)(2x-3y)$$

6)

$$81a^2 - 1 = (9a)^2 - 1^2 = (9a+1)(9a-1)$$

Rozklad trojčlenu

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2 = (A + B)(A + B)$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2 = (A - B)(A - B)$$

Pomocí těchto vzorců můžeme rozložit na součin trojčlen, v němž první a poslední člen musí mít kladné znaménko a oba je lze vyjádřit jako druhou mocninu „něčeho“. Vzorce musí odpovídat prostřední člen.

$$\underbrace{x^2}_{A^2} - \underbrace{10x}_{2AB} + \underbrace{25}_{B^2} = \underbrace{x^2}_A - \underbrace{2 \cdot x \cdot 5}_{2 \cdot A \cdot B} + \underbrace{5^2}_B = \left(\underbrace{x - 5}_{A - B} \right)^2$$

$$\underbrace{4a^2}_{A^2} + \underbrace{12ab}_{2AB} + \underbrace{9b^2}_{B^2} = \underbrace{(2a)^2}_A + \underbrace{2 \cdot 2a \cdot 3b}_{2 \cdot A \cdot B} + \underbrace{(3b)^2}_B = \left(\underbrace{2a + 3b}_{A + B} \right)^2$$

1)

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 3^2 = (x + 3)^2$$

2)

$$a^2 - 10a + 25 = a^2 - 10a + 5^2 = (a - 5)^2$$

3)

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 = (3x)^2 - 12xy + (2y)^2 = (3x - 2y)^2$$

4)

$$25x^2 + 10x + 1 = (5x)^2 + 10x + 1^2 = (5x + 1)^2$$

Souhrnné příklady

Nejprve se vytýká a pak se hledá možnost rozložit podle vzorce.

1)

$$20a^2 - 60a + 45 = 5(4a^2 - 12a + 9) = 5(2a - 3)^2$$

2)

$$2y^3 + 4y^2 + 2y = 2y(y^2 + 2y + 1) = 2y(y + 1)^2$$

3)

$$5y^2 - 45 = 5(y^2 - 9) = 5(y + 3)(y - 3)$$

4)

$$5a^3 - 20a = 5a(a^2 - 4) = 5a(a + 2)(a - 2)$$