

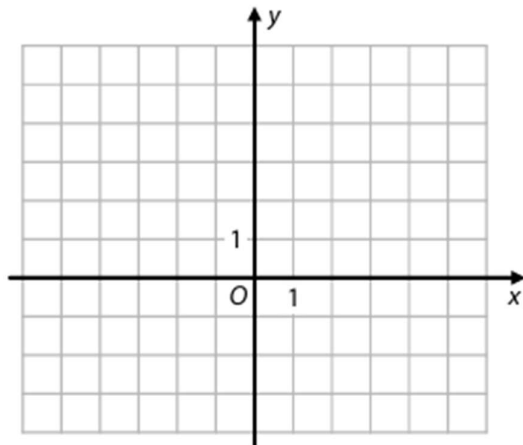
## Analytická geometrie

### Podzim 2025

#### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány body  $A[-3;-1]$ ,  $C[3;2]$  a  $S[-1;2]$ .

Bod  $S$  je střed strany  $AB$  trojúhelníku  $ABC$ .

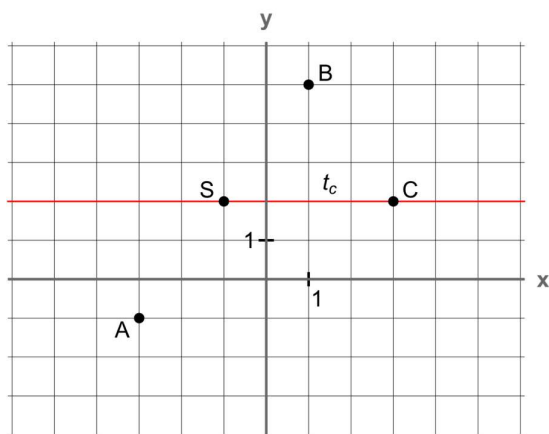


11

11.1 Určete obě souřadnice vrcholu  $B$  trojúhelníku  $ABC$ .

11.2 Sestavte obecnou rovnici přímky, na které leží těžnice  $t_c$  na stranu  $AB$  trojúhelníku  $ABC$ .

*Řešení*



11.1

Souřadnice bodu  $B$  můžeme určit z grafu:

Bod  $S$  je středem strany  $AB$ , proto z bodu  $A$  do bodu  $S$  se dostaneme stejně, jako z bodu  $S$  do bodu  $B$  a sice o 2 jednotky doprava a o 3 nahoru  $\Rightarrow B[1;5]$

11.2

Těžnice  $t_c$  je spojnice vrcholu  $C$  se středem strany  $ab$ , tj. bodem  $S$ .

Z grafu vidíme, že přímka  $SC$  je kolmá na osu  $y$  a prochází souřadnicí 2 na ose  $y$ , proto její rovnice je  $y = 2$ , v obecném tvaru  $y - 2 = 0$ .

**Výsledek: 11.1  $B[1;5]$  1 bod, 11.2  $y - 2 = 0$  1 bod.**

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou dány přímky  $p, q$ .

$$p: \quad x = 3t$$

$$y = 1 - t, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$q: \quad x + 3y - 6 = 0$$

**18 Které z následujících tvrzení je pravdivé?**

- A) Přímka  $q$  je kolmá k přímce  $p$ .
- B) Přímky  $p, q$  nejsou rovnoběžné.
- C) Vzdálenost přímek  $p, q$  je 3.
- D) Přímky  $p, q$  mají alespoň dva společné body.
- E) Žádné z předchozích tvrzení (A–D) není pravdivé.

**Řešení**

Směrový vektor přímky  $p$  je  $\vec{s} = (3; -1)$ , směrový vektor přímky  $q$  je také  $\vec{s} = (3; -1)$ , přímky jsou tedy rovnoběžné  $\Rightarrow$  neplatí A) ani B).

Ještě musíme určit vzdálenost přímek. Zvolíme si bod na přímce  $p$ , např.  $M = [0; 1]$  a určíme jeho vzdálenost

od přímky  $q$  pomocí vzorce  $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

$$|Mq| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 6|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \text{neplatí C.}$$

D) také neplatí, protože přímky jsou rovnoběžné různé, ne totožné (pak by měly nekonečně mnoho společných bodů).

**Výsledek: E, 2 body.**

---

## Jaro 2025

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou dány dvě rovnoběžné přímky  $p, q$ .

Přímka  $p$  je určena rovnicí  $x + 2y + 4 = 0$ , přímka  $q$  prochází bodem  $Q[1; 0]$ .

#### 11

11.1 Zapište obecnou rovnici přímky  $q$ .

11.2 Vypočtete vzdálenost přímek  $p, q$ .

#### Řešení

##### 11.1

Rovnoběžné přímky mají stejné koeficienty  $a, b$ , liší se pouze koeficientem  $c$ .

$$q: x + 2y + c = 0$$

$$Q[1; 0]: 1 + 2 \cdot 0 + c = 0$$

$$c = -1$$

$$q: x + 2y - 1 = 0$$

##### 11.2

Určíme vzdálenost bodu  $Q$  od přímky  $p$ :

$$|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$|Qp| = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

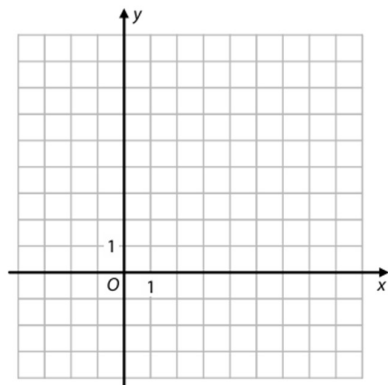
**Výsledek: 11.1  $q: x + 2y - 1 = 0$ , 11.2  $\sqrt{5}$ , max. 2 body.**

---

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je dán bod  $A[-1; 4]$ .

Bod  $B[3; b_2]$  je umístěn tak, že vektor  $\vec{u} = B - A$  má velikost 5.



### 12 Určete souřadnice bodu $B$ .

U každého bodu  $B$ , který splňuje dané podmínky, запиšte obě souřadnice.

**Řešení**

$$\vec{u} = B - A = (3 - (-1); b_2 - 4) = (4; b_2 - 4)$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

$$5 = \sqrt{4^2 + (b_2 - 4)^2}$$

$$25 = 16 + b_2^2 - 8b_2 + 16$$

$$b_2^2 - 8b_2 + 7 = 0$$

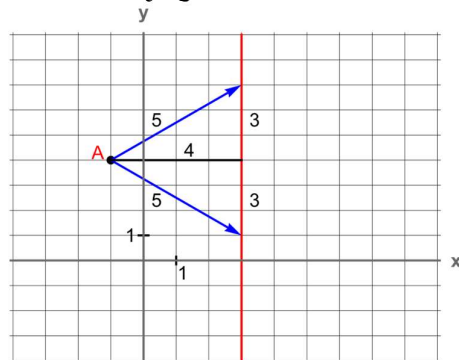
$$D = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 7 \quad x_2 = 1$$

$$B_1[3; 7]; B_2[3; 1]$$

Jednodušší je grafické řešení – viz obrázek.



**Výsledek:**  $B_1[3; 1], B_2[3; 7]$ , max. 2 body.

17 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou dány nenulové vektory

$$\vec{u} = (12; -8), \vec{v} = (a^2; a)$$

Pro které  $a \in R$  jsou vektory  $\vec{u}, \vec{v}$  navzájem kolmé?

A)  $a = 0,25$     B)  $a = 0,3$     C)  $a = 0, \overline{6}$     D)  $a = 1,5$     E) pro žádnou z uvedených hodnot  $a$

**Řešení**

Podmínka kolmosti vektorů:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  – skalární součin vektorů musí být nulový.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 = 0$$

$$12a^2 + (-8)a = 0$$

$$12a^2 - 8a = 0$$

$$a(12a - 8) = 0$$

$$a = 0 \text{ nevyhovuje}$$

$$12a - 8 = 0$$

$$a = \frac{2}{3} = 0, \overline{6}$$

**Výsledek: C, 2 body.**

---

**Podzim 2024****VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18**

V kartézské souřadnicové soustavě jsou dány body  $A[5;2]$ ,  $B[1;5]$ ,  $C[-2;1]$ . Tyto body tvoří trojúhelník ABC.

18.1 Jaká je velikost výšky  $v_c$  (výška na stranu c)?

- A) 5      B)  $\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}$       C)  $5 \cdot \sqrt{2}$       D)  $\sqrt{5}$       E) jiný výsledek

18.2 Jaká je velikost těžnice  $t_c$  (těžnice na stranu c)?

- A)  $\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}$       B)  $5 \cdot \sqrt{2}$       C)  $\frac{5 \cdot \sqrt{5}}{2}$       D)  $5\sqrt{5}$       E) jiný výsledek

**Řešení**

18.1

Velikost výšky  $v_c$  je rovna vzdálenosti bodu C od přímky, na níž leží strana c, tj. od přímky určené body A, B.

|                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rovnice přímky procházející body A, B<br>$\vec{s} = \overrightarrow{AB} = B - A = (-4;3) \Rightarrow a = -3; b = -4$<br>$-3x - 4y + c = 0$<br>$A[5;2]: -3 \cdot 5 - 4 \cdot 2 + c = 0$<br>$c = 23$<br>$-3x - 4y + 23 = 0$ | Vzdálenost bodu C od přímky $-3x - 4y + 23 = 0$<br>$ Mp  = \frac{ am_1 + bm_2 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$<br>$ v_c  = \frac{ -3 \cdot (-2) - 4 \cdot 1 + 23 }{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}} = \frac{25}{5} = 5$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

18.2

Velikost těžnice  $t_c$  je rovna vzdálenosti bodu C od středu strany AB

|                                                                                                                    |                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Střed strany AB<br>$S = \frac{A+B}{2}: \quad x = \frac{5+1}{2} = 3$<br>$y = \frac{2+5}{2} = 3,5$<br>$S = [3; 3,5]$ | Vzdálenost bodu C od bodu S<br>$ AB  = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$<br>$ CS  = \sqrt{(-2-3)^2 + (1-3,5)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$<br>$ t_c  = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Výsledek: 18.1 A, 18.2 C, max. 4 body.**

## Jaro 2024

17 V kartézské soustavě souřadnic jsou dány body  $A[1;0], B[1;-6], C[5;-3]$ .

**Jaký je obvod trojúhelníku ABC ?**

A) 16      B) 22,7      C) 46      D) Body A, B, C netvoří trojúhelník      E) jiný výsledek

**Řešení**

$$|a| = |BC| = \sqrt{(5-1)^2 + (-3+6)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|b| = |AC| = \sqrt{(5-1)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|c| = |AB| = \sqrt{(1-1)^2 + (-6-0)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$o = a + b + c = 5 + 5 + 6 = 16$$

**Výsledek: A, 2 body.**

---

21 Je dána přímka p:  $x = 3 + 2t$   
 $y = 1 - t; t \in R$

**Obecná rovnice této přímky je:**

A)  $x + 2y - 5 = 0$     B)  $x + 2y - 7 = 0$     C)  $x - 2y - 1 = 0$     D)  $2x + y - 7 = 0$     E)  $2x - y - 5 = 0$

**Řešení**

Z parametrického vyjádření přímky můžeme určit bod A, kterým prochází a směrový vektor  $\vec{s}$ .

$$A = [3; 1]$$

$$\vec{s} = (2; -1) \Rightarrow a = 1; b = 2$$

$$1 \cdot x + 2 \cdot y + c = 0$$

$$A = [3; 1]: 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + c = 0$$

$$c = -5$$

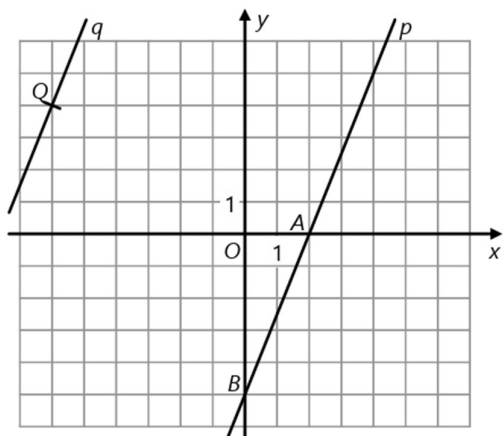
$$p: x + 2y - 5 = 0$$

**Výsledek: A, 2 body.**

---

**Podzim 2023****VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 11–12**

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou umístěny rovnoběžné přímky  $p, q$ . Přímka  $p$  protíná souřadnicové osy v mřížových bodech  $A, B$ . Přímka  $q$  prochází bodem  $Q[-6; 4]$ .



**11** V parametrickém vyjádření přímky  $p$  doplňte pravou stranu první rovnice.

$$p: x =$$

$$y = 0 + 5t; t \in R$$

**12** Zapište obě souřadnice průsečíku  $D$  přímky  $q$  se souřadnicovou osou  $y$ .

*Řešení*

**11**

**Jak určit z parametrického vyjádření přímky její bod a směrový vektor**

$$x = -2 + 4t$$

$$y = 5 - 7t$$

$A$   $\vec{u}$

$$A = [-2; 5], \vec{u} = (4; -7)$$

Bodů obsahuje přímka samozřejmě nekonečně mnoho, bod  $A$  je pouze jeden z nich.

Směrových vektorů dané přímky je také nekonečně mnoho, kromě vektoru  $\vec{u} = (4; -7)$  je to také

jakýkoliv jeho násobek, např.

$$\vec{u} = (-4; 7); \vec{u} = (8; -14) \text{ atd.}$$

$$p: x =$$

$$y = 0 + 5t; t \in R$$

Z druhé rovnice vidíme, že y-ová souřadnice bodu přímky je 0, tomu odpovídá bod  $A$ , jehož x-ová souřadnice je 2.

Směrový vektor přímky  $p$  je např.  $\vec{BA} = (2; 5)$  a jeho

násobky. Zrovna tento vektor  $\vec{BA} = (2; 5)$  odpovídá

druhé rovnici, proto první rovnice má tvar

$$x = 2 + 2t$$

**12**

Přímka  $q$  je rovnoběžná s přímkou  $p$ , tj. má stejný směrový vektor a prochází bodem  $Q[-6; 4]$ , proto její parametrické vyjádření je.

$$q: x = -6 + 2t$$

$$y = 4 + 5t; t \in R$$

Průsečík s osou  $y$  vypočítáme tak, že do parametrického vyjádření přímky  $q$  dosadíme  $x = 0$  a dopočítáme  $y$ :

$$0 = -6 + 2t \Rightarrow t = 3$$

$$y = 4 + 5 \cdot 3 = 19$$

$$D[0; 19]$$

**Výsledek: 11**  $x = 2 + 2t$  **1 bod; 12**  $D[0; 19]$  **1 bod.**

16 Vektor  $\vec{u} = (3; u_2)$  je kolmý k vektoru  $\vec{v} = (-3; 1)$ .

**Jaká je velikost vektoru  $\vec{u}$  ?**

A)  $3\sqrt{10}$    B)  $\sqrt{10}$    C) 10   D) 3   E) jiná velikost

**Řešení**

Vektory jsou kolmé, jestliže jejich skalární součin je roven nule.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$3 \cdot (-3) + u_2 \cdot 1 = 0$$

$$u_2 = 9$$

$$\vec{u} = (3; 9)$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

**Výsledek: A 2 body.**

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

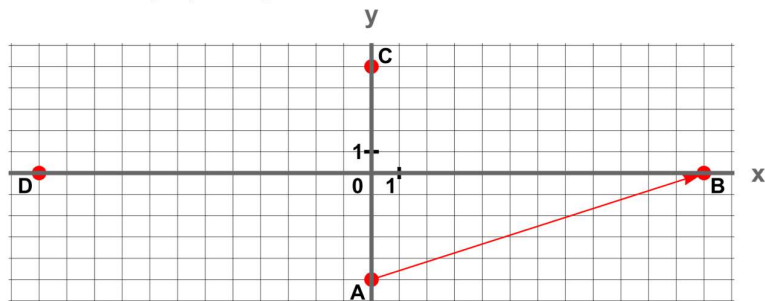
Všechny čtyři vrcholy kosočtverce  $ABCD$  leží na souřadnicových osách kartézské soustavy souřadnic  $Oxy$ . Pro vrcholy  $A, B$  kosočtverce platí, že orientovaná úsečka  $AB$  je umístěním vektoru  $\vec{v} = (12; 5)$ .

**17 Jaký je obsah kosočtverce  $ABCD$ ?**

A) 52    B) 60    C) 120    D) 169    E) jiný obsah

**Řešení**

Zadání úlohy vyhovuje tento kosočtverec:



Obsah kosočtverce se skládá ze čtyř pravoúhlých trojúhelníků o odvěsnách 12 a 5.

$$S = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = 4 \cdot \frac{5 \cdot 12}{2} = 120$$

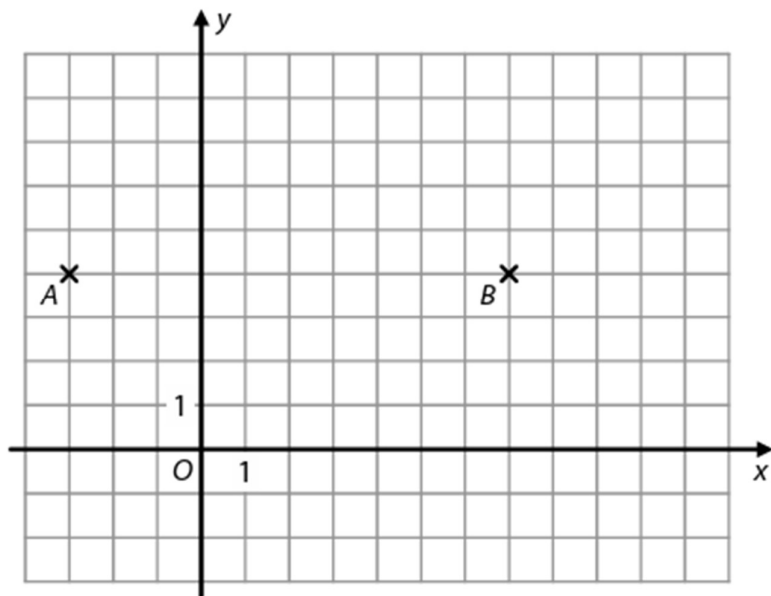
**Výsledek: C, 2 body.**

---

**Jaro 2023**

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6**

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou vyznačeny dva mřížové body  $A, B$ . Jejich vzdálenost je dvojnásobkem vzdálenosti bodu  $B$  od bodu  $K[7; k]$ , kde  $k \in \mathbb{R}$ .



- 6** Určete souřadnici  $k$ .  
Uveďte všechna řešení.

**Řešení**

Vzdálenost bodů  $|AB| = 10$ , proto vzdálenost bodů  $|BK| = 5$ . Bod  $K$  má stejnou  $x$ -ovou souřadnici jako bod  $B$ , musí proto ležet 5 jednotek pod bodem  $B$  nebo 5 jednotek nad bodem  $B$ .

$$4 - 5 = -1$$

$$4 + 5 = 9$$

$$k = -1 \text{ nebo } k = 9$$

**Výsledek:**  $k \in \{-1; 9\}$  max. 2 body.

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je dána přímka

$$p: x = 2 + 2t$$

$$y = 1 - 4t; t \in \mathbb{R}$$

**15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

15.1 Přímka  $p$  prochází bodem  $M[3; -1]$ .

15.2 Vektor  $\vec{u} = (2; 1)$  je směrovým vektorem přímky  $p$ .

15.3 Přímka  $p$  je kolmá k přímce  $q: 2x + y = 0$ .

**Řešení**

15.1

Dosadíme souřadnice bodu  $M$  do parametrického vyjádření:

$$p: 3 = 2 + 2t \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$-1 = 1 - 4t \Rightarrow t = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

Hodnoty parametru  $t$  jsou stejné  $\Rightarrow$  přímka prochází bodem  $M$

15.2

Směrovým vektorem přímky  $p$  je vektor  $(2; -4)$  a jeho libovolný nenulový násobek, vektor  $\vec{u} = (2; 1)$  tuto podmínku nesplňuje.

15.3

Směrovým vektorem přímky  $p$  je vektor  $(2; -4)$ , směrovým vektorem přímky  $q$  je vektor  $(1; -2)$ .

Přímky jsou kolmé, jestliže skalární součin jejich směrových vektorů je nulový.

$$(2; -4) \cdot (1; -2) = 2 \cdot 1 + (-4) \cdot (-2) = 10 \text{ – podmínka kolmosti není splněna.}$$

**Výsledek: A N N, max. 3 body.**

---

## Podzim 2022

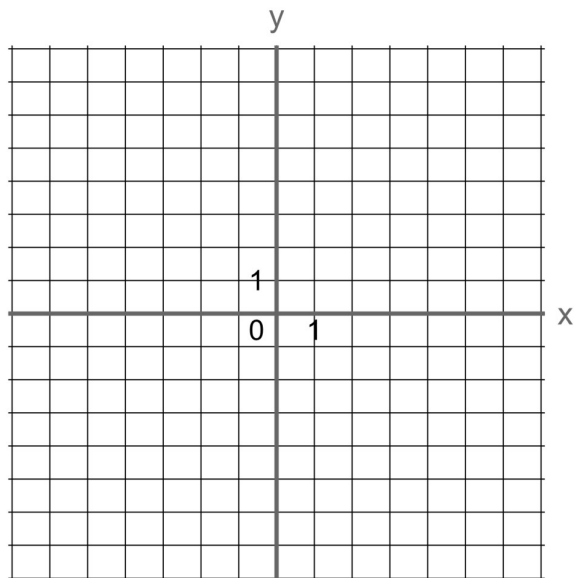
### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Pro rovnoramenný trojúhelník  $OPQ$  se základnou  $OP$  platí:

Vrchol  $O$  leží v počátku kartézské soustavy souřadnic  $Oxy$ ,

vrchol  $P$  je průsečík přímky  $p: y = -0,5x + 3$  se souřadnicovou osou  $x$ ,

vrchol  $Q$  leží na přímce  $q: 2x - y - 2 = 0$ .



8

8.1 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  zakreslete a popište bod  $P$ .

8.2 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  zakreslete a popište přímku  $q$ .

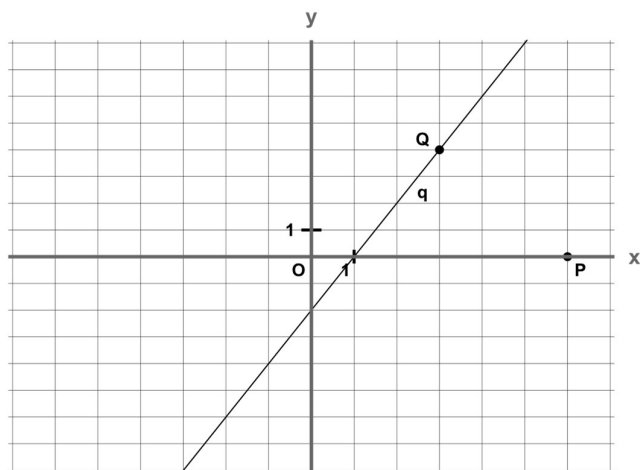
**V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.**

8.3 Určete obě souřadnice vrcholu  $Q[q_1; q_2]$ .

**Řešení**

8.1 Přímka  $p: y = -0,5x + 3$  protíná osu  $x$  v bodě  $P[6;0]$

8.2 Přímka  $q$  prochází například body  $[1;0], [3;4]$

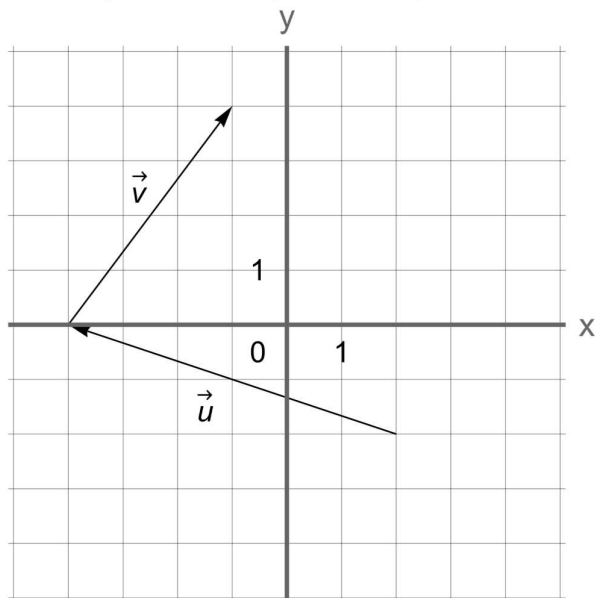


8.3 Protože  $OP$  je základna rovnoramenného trojúhelníku, musí být  $x$ -ová souřadnice bodu  $Q$  rovna 3, dosazením do rovnice  $q: 2x - y - 2 = 0$  určíme, že  $y = 4 \Rightarrow Q[3;4]$ .

**Výsledek: 8.1 zakreslení bodu  $P[6;0]$ , 8.2 zakreslení přímky  $q$ , 8.3  $Q[3;4]$ , max. 3 body**

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou umístěny vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ . (Počáteční i koncové body umístění těchto vektorů jsou v mřížových bodech.)



**21** Směrovým vektorem přímky  $p$  je součet vektorů  $\vec{u} + \vec{v}$ .

**Který z následujících vektorů je normálovým vektorem přímky  $p$ ?**

A)  $\vec{a} = (2; 1)$  B)  $\vec{b} = (2; -1)$  C)  $\vec{c} = (-1; -2)$  D)  $\vec{d} = (1; -2)$  E) žádný z uvedených vektorů

**Řešení**

Z grafu vyplývá:

$$\vec{u} = (-6; 2)$$

$$\vec{v} = (3; 4)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (-3; 6)$$

$$\vec{s} = (-3; 6) \Rightarrow \vec{n} = (6; 3) \text{ a libovolný nenulový násobek tohoto vektoru, tomu odpovídá } \vec{a} = (2; 1)$$

**Výsledek: A, 2 body.**

---

## Jaro 2022

**25** Ke každému bodu A (25.1–25.2) přiřaďte interval (A–F), v němž leží hodnota jeho chybějící souřadnice  $a_1$ .

25.1 Jsou dány body  $A[a_1; 4]$  a  $B[7; -2]$ .

Střed  $S$  úsečky  $AB$  má obě souřadnice stejné.

25.2 Jsou dány body  $A[a_1; 0]$ ,  $B[3; -2]$  a  $C[1; -1]$ .

Přímky  $AB$  a  $BC$  jsou na sebe kolmé.

A)  $\langle -7; -5 \rangle$  B)  $\langle -5; -2 \rangle$  C)  $\langle -2; 1 \rangle$  D)  $\langle 1; 3 \rangle$  E)  $\langle 3; 6 \rangle$  F) v žádném z uvedených intervalů

### Řešení

25.1

$$S = \frac{A + B}{2}$$

$$\frac{a_1 + 7}{2} = \frac{4 + (-2)}{2}$$

$$a_1 = -5$$

25.2

Vektor  $\vec{AB}$  musí být kolmý na vektor  $\vec{BC}$ .

$$\vec{AB} = B - A = (3 - a_1; -2)$$

$$\vec{BC} = C - B = (-2; 1)$$

Pro kolmé vektory platí, že jejich skalární součin musí být roven nule.

$$(3 - a_1; -2) \cdot (-2; 1) = 0$$

$$(3 - a_1) \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 = 0$$

$$-6 + 2a_1 - 2 = 0$$

$$a_1 = 4$$

**Výsledek: 25.1 A, 25.2 E, max. 4 body.**

---

## Podzim 2021

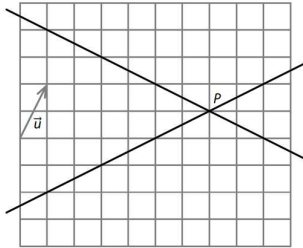
### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je umístěn vektor  $\vec{u}$  a dvě neoznačené přímky  $a, b$ , které se protínají v bodě  $P$ .

$$\vec{u} = (1; 2)$$

$$a: x - 2y + 2 = 0$$

$$b: x + 2y - 10 = 0$$



9

9.1 Vypočítejte obě souřadnice průsečíku  $P[p_1; p_2]$  přímek  $a, b$ .

9.2 Vypočítejte obě souřadnice průsečíku  $X[x_1; x_2]$  přímky  $b$  se souřadnicovou osou  $x$ .

9.3 V obrázku narýsujte souřadnicové osy  $x, y$  a popište počátek  $O$  soustavy souřadnic.

**V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.**

**Řešení**

9.1

Průsečík přímek určíme řešením soustavy dvou rovnic o dvou neznámých.

$$x - 2y + 2 = 0$$

$$x + 2y - 10 = 0$$

$$2x - 8 = 0$$

$$x = 4$$

$$y = 3$$

$$P[4; 3]$$

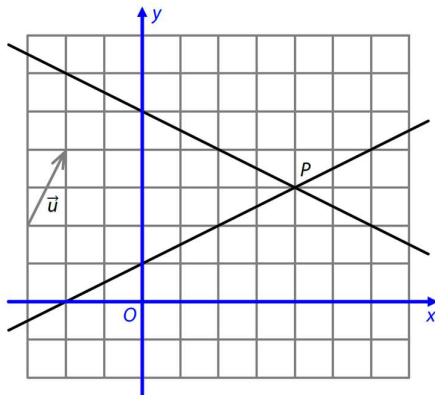
9.2

$$b: x + 2y - 10 = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 10$$

$$X[10; 0]$$

9.3



**Výsledek: 9.1  $P[4; 3]$ , 9.2  $X[10; 0]$ , 9.3 obrázek, max. 3 body.**

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány body  $A[1;0], B[11;-5]$ . Orientovaná úsečka  $\overrightarrow{AC}$  je umístěním vektoru  $\vec{u} = (11;-2)$ .

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 Vzdálenost bodů  $A, C$  je  $\sqrt{117}$ .

16.2 Bod  $C$  má souřadnice  $[10;-2]$ .

16.3 Úsečky  $AC$  a  $AB$  jsou stejně dlouhé.

16.4 Bod  $S[5;-2,5]$  je střed úsečky  $AB$ .

**Řešení**

$$\overrightarrow{AC} = \vec{u}$$

$$C - A = \vec{u}$$

$$C = \vec{u} + A: \quad c_1 = 11 + 1 = 12$$

$$c_2 = -2 + 0 = -2$$

$$C[12;-2]$$

16.1

$$|AC| = \sqrt{(12-1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{125} \Rightarrow \text{N}$$

16.2

$$C = [12;-2] \Rightarrow \text{N}$$

16.3

$$|AC| = \sqrt{125}$$

$$|AB| = \sqrt{(11-1)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{125} \Rightarrow \text{A}$$

16.4

$$S = \frac{A+B}{2} \quad s_1 = \frac{1+11}{2} = 6$$

$$s_2 = \frac{0+(-5)}{2} = -2,5$$

$$S[6;-2,5] \Rightarrow \text{N}$$

**Výsledek: NNAN, max. 2 body**

---

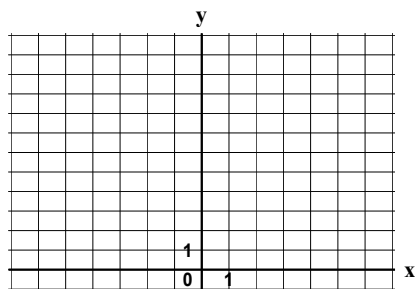
## Mimořádný termín červenec 2021

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Ve vodě se v téže rovině pohybovala rovnoměrně přímočaře dvě torpéda. Směry jejich pohybu udávají vektory  $\vec{u}, \vec{v}$ . V témže okamžiku byly zaznamenány polohy  $A, B$  obou torpéd:

1. torpédo:  $A = [-6; 5], \vec{u} = (3; 1)$

2. torpédo:  $B = [3; 0], \vec{v} = (1; 3)$



**10** Dráhy obou torpéd se protínají v bodě  $P$ .

10.1 Zapište souřadnice bodu  $P = [p_1; p_2]$ .

10.2 Vypočítejte poměr vzdáleností  $|AP| : |BP|$

#### Řešení

10.1

U každého torpéda známe bod a směrový vektor, určíme obecné rovnice přímk.

1. torpédo

$$A = [-6; 5], \vec{s} = (3; 1)$$

$$a = -1; b = 3$$

$$-x + 3y + c = 0$$

$$A = [-6; 5] : -(-6) + 3 \cdot 5 + c = 0$$

$$c = -21$$

$$-x + 3y - 21 = 0$$

2. torpédo

$$B = [3; 0], \vec{s} = (1; 3)$$

$$a = -3; b = 1$$

$$-3x + y + c = 0$$

$$B = [3; 0] : -3 \cdot 3 + 0 + c = 0$$

$$c = 9$$

$$-3x + y + 9 = 0$$

Určíme průsečík přímk

$$-x + 3y - 21 = 0$$

$$\underline{-3x + y + 9 = 0 \quad / \cdot (-3)}$$

$$-x + 3y - 21 = 0$$

$$\underline{9x - 3y - 27 = 0}$$

$$8x - 48 = 0$$

$$x = 6$$

$$-3 \cdot 6 + y + 9 = 0$$

$$y = 9$$

$$P[6; 9]$$

10.2

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}, A[-6; 5], B[3; 0], P[6; 9]$$

$$|AP| = \sqrt{(6 + 6)^2 + (9 - 5)^2} = \sqrt{160}$$

$$|BP| = \sqrt{(6 - 3)^2 + (9 - 0)^2} = \sqrt{90}$$

$$|AP| : |BP| = \sqrt{160} : \sqrt{90} = 4 : 3$$

**Výsledek: 10.1**  $P = [6; 9]$  **1 bod, 10.2**  $|AP| : |BP| = 4 : 3$  **1 bod.**

**11** V rovině leží bod  $M = [-4; 3]$  a přímka  $p: y = -0,6x + 0,6$ .

Určete vzdálenost bodu  $M$  od přímky  $p$ .

**Řešení**

Použijeme vzorec pro vzdálenost bodu od přímky  $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ , rovnice přímky musí být v obecném tvaru.

Rovnici přímky  $p$  proto převedeme na obecný tvar, upravíme a teprve pak dosadíme do vzorce.

$$p: y = -0,6x + 0,6$$

$$0,6x + y - 0,6 = 0 \quad / \cdot 10$$

$$6x + 10y - 6 = 0$$

$$|Mp| = \frac{|6 \cdot (-4) + 10 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{6^2 + 10^2}} = 0$$

**Výsledek:**  $|Mp| = 0$  **1 bod.**

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou dány body  $A = [3; -2]$ ,  $B = [1; 6]$ ,  $C = [-10; -1]$ . Bod  $D$  je vrchol lichoběžníku  $ABCD$ , jehož základna  $CD$  je dvakrát delší než základna  $AB$ .

**19 Jaké jsou souřadnice vrcholu D?**

- A)  $[-6; -17]$     B)  $[-9; -5]$     C)  $[-11; 3]$     D)  $[-14; 15]$     E) jiné souřadnice

**Řešení**

Základny lichoběžníku jsou rovnoběžné, proto i  $\vec{AB}$  a  $\vec{CD}$  musí být rovnoběžné, tzn. jeden vektor musí být násobkem druhého.

Základna  $CD$  je dvakrát delší než základna  $AB$ , proto vektor  $\vec{DC}$  (ne  $\vec{CD}$  vzhledem k označování vrcholů lichoběžníku) musí být dvojnásobkem vektoru  $\vec{AB}$ .

$$\vec{DC} = 2 \cdot \vec{AB}$$

$$C - D = 2(B - A)$$

$$-D = -C + 2B - 2A$$

$$D = C - 2B + 2A: \quad d_1 = -10 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = -6$$

$$d_2 = -1 - 2 \cdot 6 + 2 \cdot (-2) = -17$$

$$D[-6; -17]$$

**Výsledek: A, 2 body.**

---

**Jaro 2021**

7 Čtverec  $ABCD$  má vrchol  $A[2;-2]$  a střed  $S[3;0]$ .

7.1 Zapište souřadnice vrcholu  $C$  čtverce  $ABCD$ .

7.2 Zapište obecnou rovnici přímky  $BD$ .

**Řešení**

7.1

$$S = \frac{A+C}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = A + C$$

$$C = 2S - A: \quad c_1 = 2 \cdot 3 - 2 = 4$$

$$c_2 = 2 \cdot 0 - (-2) = 2$$

$$C[4;2]$$

7.2

Přímka  $BD$  prochází bodem  $S$  a vektor  $\vec{AS}$  je jejím normálovým vektorem.

$$\vec{n} = \vec{AS} = S - A = (1; 2) \Rightarrow a = 1, b = 2$$

$$x + 2y + c = 0$$

$$S[3;0]: 3 + 2 \cdot 0 + c = 0$$

$$c = -3$$

$$x + 2y - 3 = 0$$

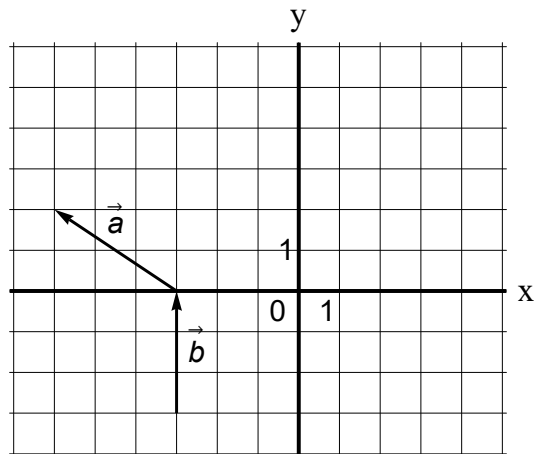
**Výsledek: 7.1  $C[4;2]$  1 bod, 7.2  $x + 2y - 3 = 0$  1 bod**

---

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou umístěny vektory  $\vec{a}$  a  $\vec{b}$ .

(Počáteční i koncové body umístění těchto vektorů jsou v mřížových bodech.)



8

8.1 Pro vektor  $\vec{u} = (-6; u_2)$  platí:  $\vec{a} \cdot \vec{u} = 0$ . Určete chybějící souřadnici  $u_2$  vektoru  $\vec{u}$ .

8.2 Zakreslete vektor  $\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$  tak, aby bod 0 byl počátečním bodem jeho umístění v kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$ .

**V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.**

**Řešení**

8.1

$$\vec{a} = (-3; 2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{u} = 0$$

$$(-3; 2) \cdot (-6; u_2) = 0$$

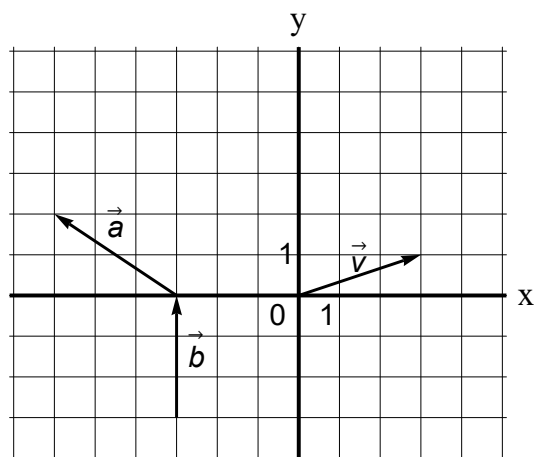
$$(-3) \cdot (-6) + 2 \cdot u_2 = 0$$

$$u_2 = -9$$

8.2

$$\vec{b} = (0; 3)$$

$$\vec{v} = \vec{b} - \vec{a} = (0; 3) - (-3; 2) = (3; 1)$$



**Výsledek: 8.1  $u_2 = -9$  1 bod, 8.2 obrázek 1 bod**