

Složitější příklady

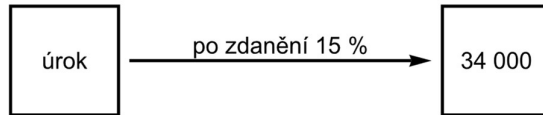
- 1) Lenka nakoupila dluhopis za cenu 200 tisíc korun.
Po uplynutí doby splatnosti dluhopisu Lenka obdržela 234 tisíc korun, což byla nákupní cena dluhopisu navýšená o úrok zdaněný 15% daní z příjmu.
Určete, kolik byla daň z Lenčina dluhopisu.
- 2) Nová sociální síť měla na konci prvního měsíce svého fungování 6 000 uživatelů. Každý další měsíc se počet uživatelů této sociální sítě zvýšil o polovinu oproti předchozímu měsíci. Jaký byl počet uživatelů na konci 4. měsíce fungování této sociální sítě?
- 3) Prodejce mobil zlevnil o 30 %, poté se začal mobil prodávat lépe. Prodejce zareagoval tak, že ho postupně dvakrát zdražil. První zdražení bylo o 20 % ze zlevněné ceny a pak ještě o 10 % z ceny po prvním zdražení. Výsledná cena po všech změnách je 11 088 Kč. Vypočtete původní cenu mobilu.
- 4) Obchodník prodal 40 % švestek za plnou cenu a zbývající švestky s 25% slevou. Utržil za ně tolik, jako by je všechny prodal s $p\%$ slevou. Určete p .
- 5) Pan Kraus vložil do fondu počáteční kapitál. Vždy po uplynutí úrokovacího období v délce jednoho roku se aktuální kapitál pana Krause zvýšil o 5 %. Za 6 let tak byl jeho kapitál ve fondu celkem o 68 019 korun vyšší než počáteční kapitál.
Vypočtete hodnotu počátečního kapitálu pana Krause. Výsledek zaokrouhlete na celé koruny.
- 6) V kocourkovské firmě má na počátku každý pracovník stejnou základní hodinovou mzdu. Ke zvýšení hodinové mzdy může dojít během kariéry nejvýše 4krát. Po každém zvýšení je poměr zvýšené mzdy ku předchozí mzdě 3:2. Pan Kočka má po dvojnásobném zvýšení hodinovou mzdu o 200 korun vyšší než na počátku. Vypočtete, kolik korun činí v kocourkovské firmě základní hodinová mzda a jaká je nejvyšší možná hodinová mzda.
- 7) V rizikové oblasti se počty nově nakažených osob evidují denně vždy v 18 hodin. V poslední době pozorujeme exponenciální růst šíření nákazy a zatím se nepředpokládá změna tohoto trendu. Tedy denní počty nově nakažených osob odpovídají po sobě jdoucím členům geometrické posloupnosti zaokrouhleným na celá čísla.
V sobotu (tj. před 2 dny) bylo evidováno 729 nově nakažených osob, v pondělí (tj. dnes) 810 osob a v pátek tohoto týdne (tj. ode dneška za 4 dny) lze očekávat n nově nakažených osob. Určete n .
- 8) V Kocourkově si klient založil účet a vložil na něj 2 000 zlatáků. Po uplynutí každého roku se aktuální částka na jeho účtu mávnutím proutku zvětší o polovinu. Klient na účet žádné další peníze nevkládá, ani je z účtu nevybírá. Vypočtete, kolik zlatáků bude mít klient na účtu po dvou letech od jeho založení a po kolika letech od založení účtu bude mít klient poprvé na účtu přes 1 milion zlatáků.

- 9) Klient si v Kocourkově sjednal na tři roky cestovní pojištění, za něž měl platit 100 korun měsíčně. Za bezeškodní průběh pojištění mu pojišťovna každý měsíc poskytla slevu ve výši 2 korun z ceny, kterou platil předchozí měsíc. Tedy druhý měsíc zaplatil 98 korun, třetí měsíc 96 korun atd. Klient neměl žádnou pojistnou událost (škodu) během celé doby pojištění. Kolik korun celkem zaplatil klient za tříleté cestovní pojištění?
- 10) Banka u hypotečních úvěrů používá složené úročení s ročním úrokovacím obdobím a připisováním úroků na konci roku. Banka poskytla klientovi na počátku roku hypoteční úvěr, který klient začal splácet až po uplynutí tří let. Za tuto dobu úroky navýšily dlužnou částku o 9,3 %. Jaká je roční úroková míra hypotečního úvěru? Výsledek je zaokrouhlen na desetiny procenta.
- 11) Vklad 50 500 korun je uložen na 2 roky. Roční úroková sazba je 0,5 %, úroky se zdaňují 15 % a připisují se na účet vždy na konci roku. Kolik korun přibude ke vkladu za 2 roky? (Výsledek zaokrouhlete na celé číslo.)
- 12) Stará poštovní známka během posledního roku dvakrát zvýšila svou cenu, a to vždy o 25 % z předchozí ceny. Nyní ji lze koupit za 750 korun. Jakou cenu měla před rokem?
- 13) Svetr byl před Vánocemi zdražen o 25%. V lednu byl zdražený svetr zlevněn opět na cenu, kterou měl před zdražením. O kolik procent byla v lednu snížena cena zdraženého svetru?
- 14) Stroj ztrácí každoročně 40% ceny z předešlého roku. Na kolik procent současné ceny se sníží cena stroje za 2 roky?
- 15) Obchod při výprodeji snížil původní cenu zboží o 40%. Navíc svým věrným zákazníkům rozeslal SMS zprávu s nabídkou další 15% slevy z ceny již zlevněného zboží. Vypočtěte, o kolik procent se původní cena zboží snížila věrným zákazníkům, kteří využili i slevu nabízenou v SMS zprávě.
- 16) Počáteční cena akcie nejprve klesla o 20 % a pak tato nová cena vzrostla o 20 %. Výsledná cena akcie je 1 296 Kč. Vypočtěte počáteční cenu akcie.
- 17) Kocourkovští chtěli prodat stroj za 200 000 Kč, ale za tuto cenu ho nikdo nekoupil. Proto pevně stanovili počet procent, o který se každodenně sníží prodejní cena stroje z předchozího dne. Po čtvrtém snížení, kdy cena klesla na 81 920 Kč, stroj konečně prodali. O kolik korun se cena snížila poprvé?
- 18) Úvěr s 10% roční úrokovou mírou pan Novák splatí po dvou letech jednorázovou částkou 72 600 Kč. (Jedná se o složené úrokování, tedy na konci každého roku se aktuální dlužná částka zvýší o 10 %.) Kolik korun banka panu Novákovi půjčila?
- 19) Pan Novák vložil jednorázově na spořicí účet 100 000 korun. Na konci prvního, druhého i třetího roku částka na účtu vzrostla o **čistý** úrok ve výši 3 % a na konci každého z následujících let o **čistý** úrok ve výši 2 %. Úrok se počítá z částky na účtu v daném roce. Kolik korun přibýlo panu Novákovi na účtu během prvních 6 let spoření?

Řešení

1)

Lenka dostala navíc 34 000 Kč, což je úrok zdaněný 15% daní z příjmu



y Kč 100 %

34 000 Kč 85 %

$$y = \frac{34\,000}{85} \cdot 100 = 40\,000$$

Úrok byl 40 000 Kč

$$40\,000 - 34\,000 = 6\,000$$

Daň z úroku z Lenčina dluhopisu byla 6 000 Kč.

2)

$$a_1 = 6000$$

$$q = 1,5$$

$$a_3 = 6000 \cdot 1,5^3 = 20250$$

Na konci čtvrtého měsíce měla sociální síť 20 250 uživatelů.

3)

$$x \cdot 0,7 \cdot 1,2 \cdot 1,1 = 11088$$

$$x = \frac{11088}{0,7 \cdot 1,2 \cdot 1,1} = 12000$$

Původní cena mobilu byla 12 000 Kč.

4)

x počet švestek

y prodejní cena

$$0,4x \cdot y + 0,6x \cdot 0,75y = q \cdot x \cdot y$$

$$0,85 \cdot x \cdot y = q \cdot x \cdot y$$

$$q = 0,85$$

$$p = 100 - 85 = 15\%$$

Příklad na procenta jde počítat i tak, že si zvolíme například

počet švestek 100 ks

prodejní cena 10 Kč

se slevami utržil:

$$40 \cdot 10 + 60 \cdot 7,5 = 850 \text{ Kč}$$

bez slev by utržil

$$100 \cdot 10 = 1000 \text{ Kč}$$

$$1000 \text{ } 100\%$$

$$\underline{850 \text{ } x\%}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{850}{1000}$$

$$x = 85$$

$$p = 100 - 85 = 15\%$$

Obchodník utržil za švestky tolik, jako by je prodal všechny s 15% slevou.

5)

a_0 počáteční kapitál

$$q = 1,05$$

$$n = 6$$

$$a_n = a_0 + 68\,019$$

$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

$$a_0 + 68\,019 = a_0 \cdot 1,05^6$$

$$68\,019 = a_0 \cdot 1,05^6 - a_0$$

$$68\,019 = a_0 \cdot (1,05^6 - 1)$$

$$a_0 = \frac{68\,019}{1,05^6 - 1} \doteq 200\,000$$

Počáteční kapitál pana Krause byl 200 000 Kč.

6)

a_0 základní hodinová mzda

$$q = 1,5$$

$a_2 = a_0 + 200$ hodinová mzda pana Kočky po dvojím zvýšení

$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

$$a_0 + 200 = a_0 \cdot 1,5^2$$

$$200 = 2,25a_0 - a_0$$

$$200 = 1,25a_0$$

$$a_0 = \frac{200}{1,25} = 160$$

$$a_4 = 160 \cdot 1,5^4 = 810$$

Základní hodinová mzda je 160 Kč, nejvyšší možná hodinová mzda je 810 Kč.

7)

$$729 \cdot q \cdot q = 810$$

$$q = \sqrt{\frac{810}{729}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$n = 810 \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q = 810 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^4 = 1000$$

V pátek lze očekávat 1 000 nakažených.

8)

$$a_0 = 2000$$

$$q = 1,5$$

$$a_2 = 2000 \cdot 1,5^2 = 4500$$

$$1000000 = 2000 \cdot 1,5^n$$

$$500 = 1,5^n$$

$$n = \frac{\log 500}{\log 1,5} \doteq 15,3$$

Po dvou letech bude mít klient na účtu 4 500 zlatáků. Částku 1 000 000 zlatáků poprvé překročí po 16 letech.

9)

$$a_1 = 100$$

$d = -2$ je to aritmetická posloupnost

$$a_{36} = a_1 + 35d = 100 + 35 \cdot (-2) = 30$$

$$s_{36} = \frac{36}{2}(100 + 30) = 2340$$

Klient zaplatil celkem 2 340 Kč.

10)

a_0 počáteční hodnota hypotečního úvěru

$$a_3 = 1,093a_0$$

$$a_n = a_0 \cdot q^n$$

$$a_3 = a_0 \cdot q^3$$

$$1,093a_0 = a_0 \cdot q^3$$

$$q = \sqrt[3]{1,093} = 1,03008$$

Roční úroková míra hypotečního úvěru je 3%.

11)

$$a_0 = 50500$$

$$p = 0,005 \quad \text{roční úroková sazba}$$

$$d = 0,15 \quad \text{daň}$$

Kolik přibude na účtu po 1. roce?

$$50500 \cdot 0,005 \cdot 0,85 = 50500 \cdot 0,00425$$

Kolik bude na účtu po 1. roce

$$50500 + 50500 \cdot 0,00425 = 50500 \cdot (1 + 0,00425) = 50500 \cdot 1,00425$$

Kolik bude na účtu po 2 letech

$$50500 \cdot 1,00425 \cdot 1,00425 = 50930$$

$$50930 - 50500 = 430$$

Na účtu přibýlo 430 Kč.

12)

$$x \cdot 1,25 \cdot 1,25 = 750$$

$$x = \frac{750}{1,25^2} = 480$$

Před rokem měla cenu 480 Kč.

13)

$$x \cdot 1,25 \cdot p = x \quad / : x$$

$$p = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

Cena svetru byla snížena o 20%.

14)

$$x \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,36x$$

Za dva roky se cena stroje sníží na 36% současné ceny.

15)

$$x \cdot 0,6 \cdot 0,85 = 0,51x$$

Cena zboží se snížila **na** 51% původní ceny, tj. **o** 49% původní ceny.

Cena zboží se snížila o 49% původní ceny.

16)

$$x \cdot 0,8 \cdot 1,2 = 1296$$

$$x = \frac{1296}{0,8 \cdot 1,2} = 1350$$

Počáteční cena akcie byla 1 350 Kč.

17)

$$200000 \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q = 81920$$

$$q^4 = \frac{81920}{200000}$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{81920}{200000}} = 0,8$$

$$200000 \cdot 0,8 = 160000$$

$$200000 - 160000 = 40000$$

Poprvé se cena snížila o 40 000 Kč.

18)

$$x \cdot 1,1 \cdot 1,1 = 72600$$

$$x = \frac{72600}{1,1 \cdot 1,1} = 60000$$

Banka půjčila panu Novákovi 60 000 Kč.

19)

$$100000 \cdot 1,03^3 \cdot 1,02^3 = 115961$$

$$115961 - 100000 = 15961$$

Panu Novákovi přibýlo na účtu 15 961 Kč.