Kombinatorika

Podzim 2025

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V jedné vesnici na Slovácku se několik rodin domluvilo, že si vzájemně pošlou po jedné pohlednici z letní a po jedné pohlednici ze zimní dovolené. Každá z rodin uskutečnila pouze jednu letní a jednu zimní dovolenou a všichni dodrželi domluvu. Celkem tak bylo mezi těmito rodinami z dovolených posláno 420 pohlednic.

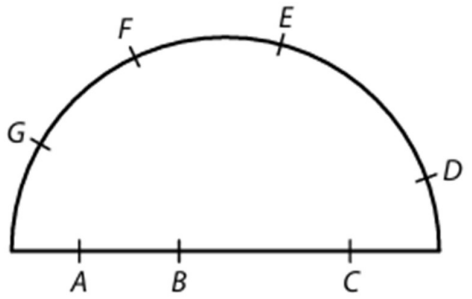
22 Kolik rodin se domluvilo na posílání pohlednic z dovolené?

A) méně než 14 rodin B) 14 rodin C) 15 rodin D) 20 rodin E) více než 20 rodin

Výsledek: C, 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

V rovině leží půlkruh. Jeho hranice se skládá z úsečky a půlkružnice. Na hranici půlkruhu je umístěno 7 různých bodů tak, že tři body A, B, C leží na úsečce a zbývající čtyři body D, E, F, G leží na půlkružnici.



16 Kolik různých přímek obsahuje vždy alespoň dva z uvedených 7 bodů?

A) 15 přímek B) 17 přímek C) 19 přímek D) 21 přímek E) jiný počet přímek

Výsledek: C, 2 body.

Podzim 2024

17 Kód na kódovacím zámku kufru je tvořen čtyřmi **navzájem různými číslicemi**. Víme, že první číslice kódu je 7. Číslice na druhé, třetí a čtvrté pozici jsou číslice od 0 do 9.

Která z následujících možností odpovídá počtu všech různých kódů, které mohou být za daných podmínek na zámku nastaveny? Uvažujte, že zámek je zcela funkční.

A) $\binom{10}{4}$ B) $\binom{9}{3}$ C) $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ D) $10 \cdot 9 \cdot 8$ E) $9 \cdot 8 \cdot 7$

Výsledek: E, 2 body.

---

22 Jsou dána čísla A a B.

$A = 1000! \cdot 3!$

$B = 999! \cdot 5!$

Kolikrát je číslo A větší než číslo B?

A) 3 krát B) 5 krát C) 50 krát D) 1 000 krát E) Číslo A je menší než číslo B

Výsledek: C, 2 body.

---

19 Při přípitku na oslavě narozenin se ozvalo 15 ťuknutí. Každý účastník oslavy si jedenkrát přiťukl s každým.

Kolik osob bylo na oslavě?

A) 5 osob B) 7 osob C) 8 osob D) jiný počet osob E) nelze určit

Výsledek: D, 2 body.

Podzim 2023

Nebyl žádný příklad z kombinatoriky.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Rada sportovního klubu má 11 členů, z nichž právě tři obsadí funkce předsedy, místopředsedy a hospodáře. Kandidaturu na funkci předsedy i na funkci místopředsedy přijalo všech 11 členů rady, ale pouze 6 z nich přijalo i kandidaturu na funkci hospodáře.

16 Kolika způsoby lze všechny tři funkce obsadit?

A) 440 způsoby B) 540 způsoby C) 660 způsoby D) 1 440 způsoby E) jiným počtem způsobů

Výsledek: B, 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Karel má na zámku u kola kód se 6 znaky.

Na prvním i druhém místě kódu je možné nastavit kterékoli z 5 možných písmen A, B, C, D, E a na každém z dalších čtyř míst libovolnou číslici od 1 do 9.

Karel správný kód zapomněl, pamatuje si pouze, že první písmeno je E a poslední číslice 7.

Pokouší se zámek otevřít tak, že (bez prodlev) nastavuje navzájem různé kódy začínající písmenem E a končící číslicí 7 (např. EB7897, EE1117).

23 Předpokládejme, že nastavení a ověření každého kódu trvá Karlovi 1 sekundu.

Jak dlouho může Karlovi nejvýše trvat otevření zámku?

A) méně než 40 minut B) alespoň 40 minut, ale méně než 50 minut

C) alespoň 50 minut, ale méně než 60 minut D) alespoň 60 minut, ale méně než 70 minut

E) alespoň 70 minut

Výsledek: D, 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 11

Pás obsahuje devět po sobě jdoucích číslic od 1 do 9:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Zakrytím tří číslic vytvoříme šestimístné číslo, např.:

345 678			3	4	5	6	7	8	
134 679	1		3	4		6	7		9
156 789	1				5	6	7	8	9

11 Vypočtěte,

11.1 kolik různých šestimístných čísel lze takto vytvořit, 84

11.2 kolik z těchto šestimístných čísel má na místě desítek číslici 7. 30

Výsledek: 11.1 84 čísel, 11.2 30 čísel, max. 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Kód má 4 znaky.

Kód obsahuje 3 různá písmena z 5 možných (A, B, C, D, E) a jednu číslici z 10 možných (0–9).

Podmínkám vyhovují např. tři různé kódy 0ABC, C9EA, EC9A.

23 Kolik různých kódů lze sestavit uvedeným způsobem?

A) 600 **B)** 1800 **C)** 2 400 **D)** 7 900 **E)** jiný počet

Výsledek: C, 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Ve skupině A je 5 chlapců a 3 dívky. Ve skupině B je 6 chlapců a 2 dívky.

12 Vypočtěte, kolika způsoby lze sestavit jednu smíšenou dvojici tak, aby chlapec a dívka nebyli z téže skupiny.

Výsledek: 28, 1 bod.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Z šesti číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5 vytváříme pětimístná (neboli pěticiferná) čísla, v jejichž zápisu jsou v každé trojici sousedních číslic tři různé číslice. (Pětimístné číslo nezačíná číslicí 0.) Např. v zápisu pětimístného čísla 10 240 obsahuje každá trojice sousedních číslic (tj. 102, 024 a 240) tři různé číslice.

24 Kolik pětimístných čísel splňujících uvedené podmínky lze vytvořit?

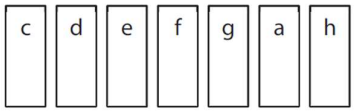
A) 720 **B)** 1024 **C)** 1600 **D)** 1920 **E)** 2 000

Výsledek: C, 2 body.

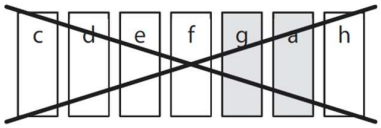
Podzim 2020

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Hugo ponechal na dětském xylofonu 7 destiček s tóny c, d, e, f, g, a, h.



Do telefonu si pak nahrál všechny dvojzvuky vytvořené současným klepnutím dvěma paličkami na dvě různé destičky, které spolu bezprostředně nesousedí. (Nahrál si např. dvojzvuky d-g, e-a, g-h.)



11 Vypočtěte, kolik různých dvojzvuků si Hugo nahrál do telefonu.

Výsledek: 15 dvojzvuků, 1 bod

Jaro 2020

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Na světelné liště je vedle sebe umístěno 5 žárovek různých barev (Č, M, Z, Ž, F).

Signál se vydává bliknutím 2 žárovek současně, např. ZF.

Heslo je tvořeno třemi signály jdoucími po sobě v takovém pořadí, aby dva signály následující bezprostředně po sobě nebyly stejné. Jedno heslo může být sestaveno např. ze signálů ZF, ČŽ, ZF.

8 Vypočtěte,

8.1 kolik existuje různých signálů,

8.2 kolik různých hesel lze vytvořit.

Výsledek: 8.1 10, 8.2 810, max. 2 body.

Podzim 2019

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Trenérka přinesla 6 stejných červených a 6 stejných modrých triček. Každé z 12 dívek přidělí 1 tričko.

12 Vypočtěte, kolika různými způsoby může trenérka trička dívkám přidělit.

Výsledek: $\binom{12}{6} = 924$ **, 1 bod**

Jaro 2019

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Trojmístný kód obsahuje vždy písmeno A a dvě **různé** číslice z deseti možných (0–9). Vyhovují např. kódy A36, 0A1, 69A.

13 Určete počet všech možných kódů vyhovujících zadání.

Výsledek: 270, 1 bod

Podzim 2018

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Před vstupem do místnosti je nutné otevřít dvoje dveře. U každých dveří se zadává čtyřmístný kód, který může obsahovat číslice 0 – 9. Dále platí:

Kód u prvních dveří

- obsahuje všechny čtyři číslice 1, 2, 3, 4.

Kód u druhých dveří splňuje současně tři následující podmínky:

- neobsahuje žádnou číslici, která je v kódu u prvních dveří
- obsahuje právě dvakrát číslici 0, a to na druhém a třetím místě
- neobsahuje kromě číslice 0 žádnou jinou číslici dvakrát.

9 Určete počet všech možností splňujících podmínky zadání pro kód

9.1 u prvních dveří,

9.2 u druhých dveří.

Výsledek: 9.1 24 1 bod, 9.2 20 1 bod

Jaro 2018

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 12 – 13

Tajný kód splňuje následující 3 pravidla:

- kód může obsahovat pouze číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6
- žádné číslice se v kódu neopakují
- počet číslic v kódu udává první číslice kódu

(Uvedeným pravidlům vyhovují kódy 21, 326, 4325 a další)

12 Uveďte počet všech kódů, které mají na prvním místě číslici 3.

13 Uveďte počet všech kódů, které mají na prvním místě číslici 4, 5 nebo 6.

Výsledek: 12 20 1 bod, 13 300 1 bod

Podzim 2017

Nebyl žádný příklad z kombinatoriky.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Čtyřciferné přirozené číslo se má sestavit ze čtyř **různých** číslic. Na prvním místě má být číslice 2 a na místě desítek lichá číslice. (Daným podmínkám vyhovují například čísla 2 430 a 2 793)

19 Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?

A) 21 B) 240 C) 280 D) 360 E) jiný počet

Výsledek: C; 2 body

---

21 $A = 1000! \cdot 3!$

$B = 999! \cdot 5!$

Kolikrát je číslo *A* větší než číslo *B*?

A) méně než 10krát B) 10krát C) 20krát D) 50krát E) více než 50krát

Výsledek: D; 2 body

Podzim 2016

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Trojciferné číslo má splňovat následující podmínky: V dekadickém zápise je na místě stovek sudá číslice, na místě desítek lichá číslice a na místě jednotek libovolná číslice, která nebyla použita na předchozích místech. (Vyhovují např. čísla 492, 430, 813.)

11 Určete počet všech čísel, která splňují dané podmínky.

Výsledek: 160, 1 bod

Jaro 2016

23 Je dána rovnice s neznámou $n \in N$:

$$\frac{80!}{9!} + \frac{80!}{10!} = \frac{n \cdot 80!}{10!}$$

Jaké je řešení rovnice?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) jiné řešení

Výsledek: A, 2 body

Podzim 2015

17 Pro každé $n \in \{2;3;4;...\}$ je rozdíl $\binom{n+1}{2} - \binom{n}{2}$ roven:

A) $\binom{n}{2}$ B) $\frac{n}{2}$ C) 2 D) n E) $2n$

Výsledek: D, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Osm spolužáků (Adam, Bára, Cyril, Dan, Eva, Filip, Gábina a Hana) se má seřadit za sebou tak, aby Eva byla první a Dan předposlední.

18 Kolika způsoby se mohou spolužáci seřadit?

A) 5 040 B) 2 880 C) 1 440 D) 720 E) jiným počtem

Výsledek: D, 2 body

Jaro 2015

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 25

Ze skupiny 10 dětí se vybírá **tříčlenná** skupina. Mezi dětmi je jediný Adam a jediná Bohunka. Vybraná skupina musí splňovat ještě některou z dalších stanovených podmínek.

25 Pro každou z následujících podmínek (25.1 – 25.4) určete, kolika způsoby (A – F) je možné tříčlennou skupinu vybrat.

25.1 Ve skupině není Adam ani Bohunka.

25.2 Ve skupině je Adam i Bohunka.

25.3 Ve skupině je Adam, ale není v ní Bohunka.

25.4 Ve skupině je Adam.

A) 28 B) 36 C) 56 D) 72 E) 336 F) jiným počtem

Výsledek: C F A B, max. 4 body

Ilustrační 2015

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Čtyřmístný kód má na prvních třech místech tři **různé nenulové** číslice a na čtvrtém místě **nejmenší z těchto** tří číslic (např. 5282, 7565, 5211 apod.).

22 Kolik různých kódů vyhovuje popisu?

A) méně než 504 B) 504 C) 512 D) 720 E) více než 720

Výsledek: B, 2 body

10 Vypočtěte $\frac{100!}{99!}+100\cdot\frac{99!}{100!}=$

Výsledek: 101, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

V divadle se do první řady posadí 12 osob, 3 místa v této řadě zůstanou volná.

21 Kolika způsoby by mohla být rozmístěna volná místa v první řadě?

A) 220 B) 455 C) 1 320 D) 2 730 E) jiným počtem

Výsledek: B $\binom{15}{3}$**, 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Trenér vybírá z 5 děvčat a 4 chlapců šestičlennou skupinu, v níž budou 3 dívky a 3 chlapci.

17 Kolika způsoby lze šestičlennou skupinu za těchto podmínek sestavit?

A) 16 B) 20 C) 40 D) 180 E) jiným počtem

Výsledek: C, 2 body

Podzim 2013

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Učitel má nominovat 4 chlapce ze třídy do smíšeného volejbalového týmu. Ve třídě je včetně Petra 14 chlapců. Jedním z členů týmu bude Petr a ostatní chlapci se vyberou losem.

24 Kolik různých týmů je možné za těchto podmínek sestavit?

A) $\binom{14}{3}$, B) $\binom{13}{3}$, C) $1+13+12+11$, D) $13\cdot 12\cdot 11$, E) jiný počet

Výsledek: B, 2 body

Jaro 2013

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Pětimístný kód obsahuje pět **různých** číslic, na prvním místě je číslice 8 a na posledním místě číslice 5. (Zadání vyhovuje např. kód 80415.)

22 Kolik různých kódů vyhovuje popisu?

A) méně než 336 B) 336 C) 512 D) 720 E) více než 720

Výsledek: B, 2 body

---

23 Frontu na lístky tvoří čtyři dívky a šest chlapců.
Kolika různými způsoby se mohou osoby ve frontě seřadit?

A) $10!$ B) $4!+6!$ C) $4\cdot 6$ D) $4!\cdot 6!$ E) $(4\cdot 6)!$

Výsledek: A, 2 body