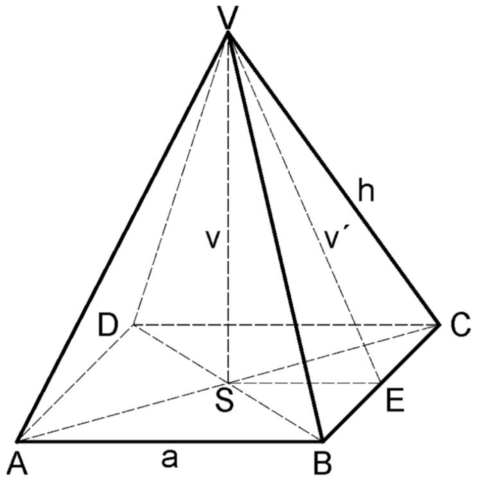
2. Jehlan, kužel

Pravidelný *n*-boký jehlan:

- podstavou je pravidelný *n*-úhelník
- plášť se skládá z *n* shodných rovnoramenných trojúhelníků se společným vrcholem V

Vysvětlení důležitých pojmů na příkladu pravidelného čtyřbokého jehlanu

podstava: čtverec ABCD
boční stěny: rovnoramenné trojúhelníky ABV, BCV, CDV, DAV
plášť: sjednocení všech bočních stěn
vrcholy: body A, B, C, D
hlavní vrchol: V
podstavné hrany: AB, BC, CD, AD
boční hrany: AV, BV, CV, DV
v **výška jehlanu**
v´ **stěnová výška**
a **podstavná hrana**
h **boční hrana**



Povrch jehlanu

$$S = S_p + S_{pl}$$

Objem jehlanu

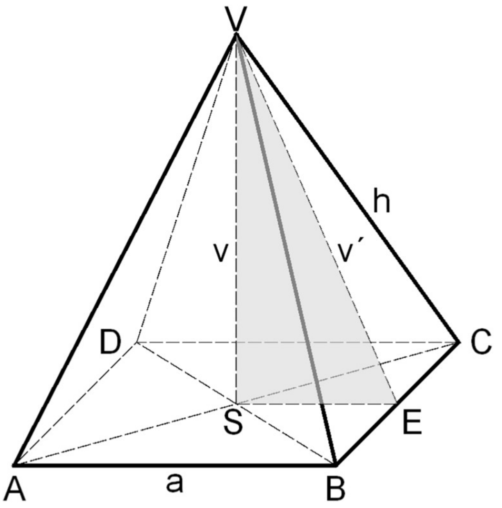
$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

Vztahy mezi délkami na pravidelném čtyřbokém jehlanu

Problém: jehlan je často zadán dvěma ze čtyř veličin *a*, *v*, *v´*, *h*. Pro výpočet povrchu jehlanu potřebujeme znát délku podstavné hrany *a* a stěnovou výšku *v´*, pro výpočet objemu jehlanu potřebujeme znát opět délku podstavné hrany *a* a výšku jehlanu *v*. Musíme proto umět přecházet mezi těmito čtyřmi veličinami, tj. na základě znalosti dvou z nich spočítat další.

Základní příklady

1) Pravidelný čtyřboký jehlan má podstavnou hranu délky *a* = 12 cm a výšku *v* = 8 cm. Vypočtěte stěnovou výšku *v´*.



Pro pravoúhlý $\triangle SEV$ platí Pythagorova věta:

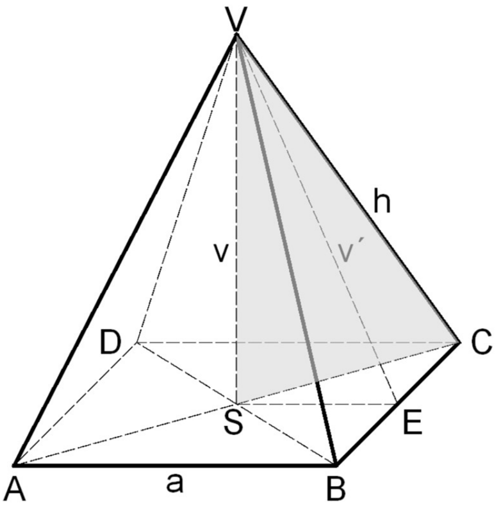
$$v'^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v' = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$v' = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\,cm$$

Stěnová výška $v' = 10\,cm$**.**

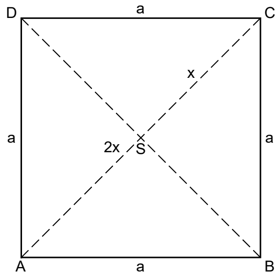
2) Pravidelný čtyřboký jehlan má boční hranu délky h = 10 cm a výšku v = 6 cm. Vypočtěte stěnovou výšku v' a délku podstavné hrany a.



Nejprve spočítáme vzdálenost bodů SC, označíme ji x:

$x = \sqrt{h^2 - v^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\,cm$.

Nakreslíme si podstavu



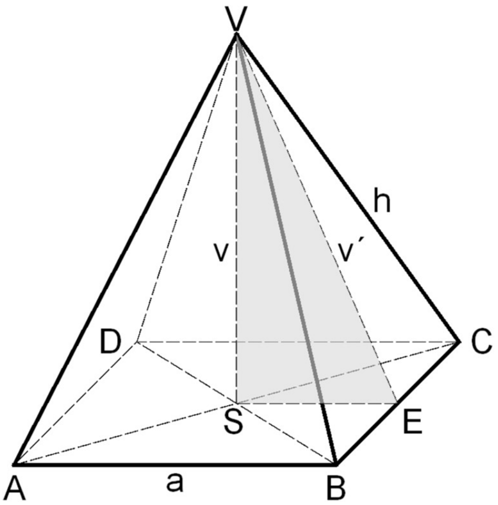
a spočítáme velikost podstavné hrany a:

$(2x)^2 = a^2 + a^2$

$16^2 = 2a^2$

$a^2 = 128$

$a \doteq 11,3\,cm$



Podle předchozího příkladu spočítáme velikost stěnové výšky:

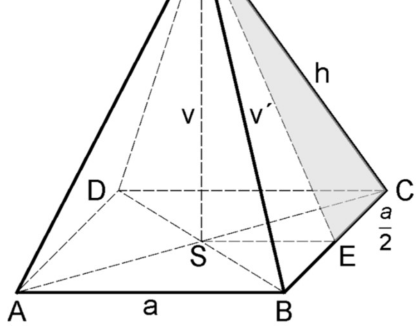
$v'^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$v' = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$v' = \sqrt{6^2 + 5,65^2} = 8,24\,cm$

Velikost podstavné hrany $a = 11,3\,cm$**, stěnová výška** $v' = 8,24\,cm$**.**

3) Pravidelný čtyřboký jehlan má boční hranu délky h = 10 cm a stěnovou výškou v' = 8 cm. Vypočtěte výšku v a délku podstavné hrany a.



Z pravoúhlého trojúhelníku ECV vypočítáme $\frac{a}{2}$:

$\frac{a}{2} = \sqrt{h^2 - v'^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\,cm$

$a = 12\,cm$

Dále z pravoúhlého trojúhelníku SEV vypočítáme v (velikost strany SE je rovna velikosti strany EC):

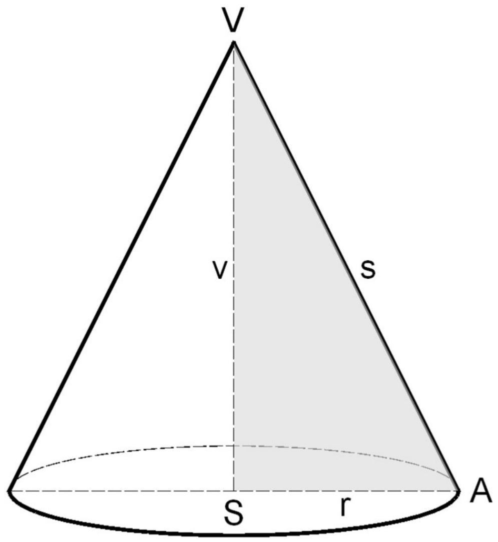
$v = \sqrt{v'^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 5,3\,cm$

Velikost podstavné hrany $a = 12\,cm$**, výška** $v = 5,3\,cm$**.**

Rotační kužel

podstava: kruh
hlavní vrchol: V

v	**výška jehlanu**
s	**strana (stěnová výška)**
r	**poloměr podstavy**
d	**průměr podstavy**



Povrch kužele

$$S = \pi r^2 + \pi rs = \pi t\left(r + s\right)$$

$$S = \underbrace{\pi r^2}_{podstava} + \underbrace{\pi rs}_{plášť}$$

Objem kužele

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v = \frac{1}{12}\pi d^2 v$$

Rotační kužel je obvykle zadán dvěma ze tří veličin *v*, *s*, *r*.
Přecházet mezi nimi můžeme pomocí Pythagorovy věty: $s^2 = r^2 + v^2$.