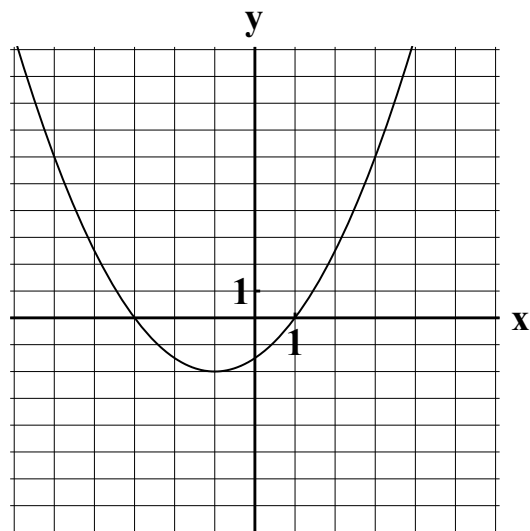


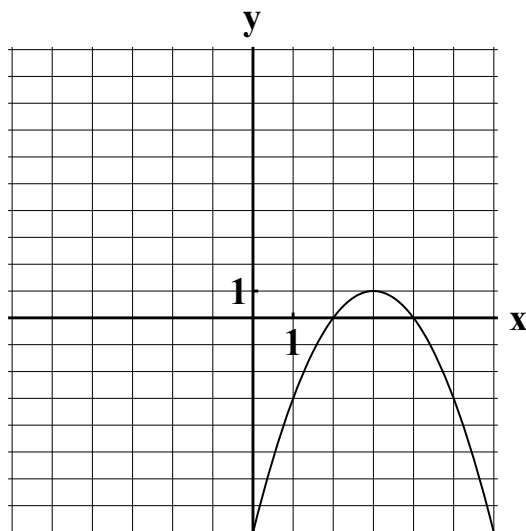
Jak určit funkční rovnici kvadratické funkce z grafu

Určete funkční rovnice funkcí znázorněných na následujících grafech.

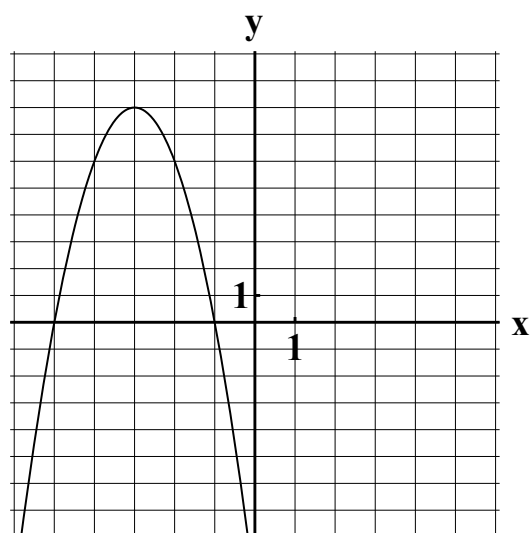
1)



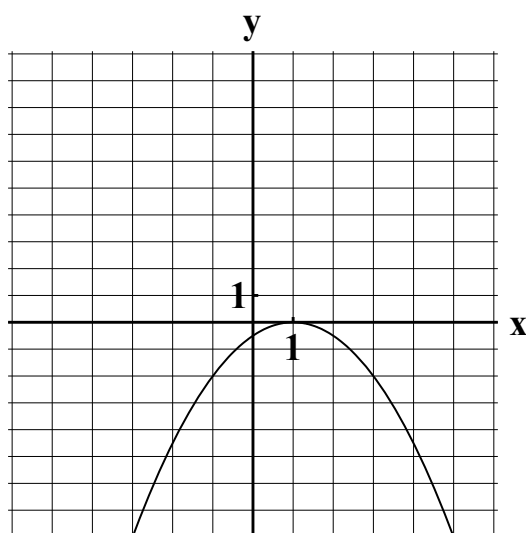
2)



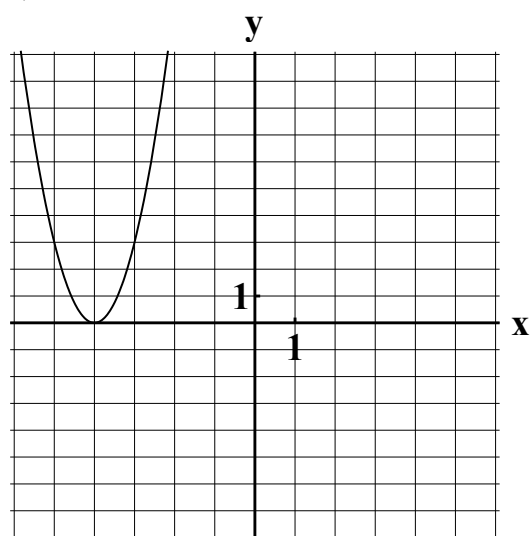
3)



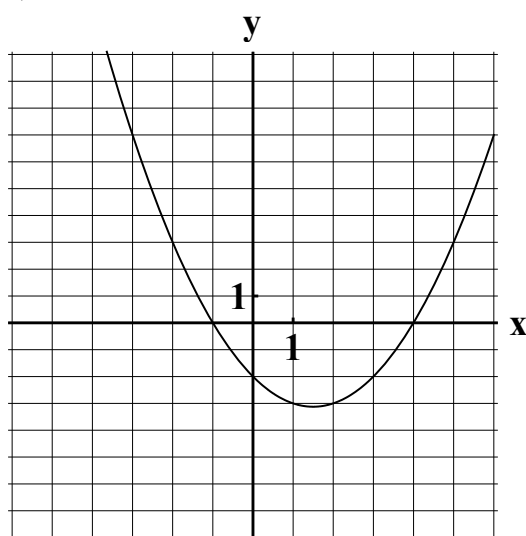
4)



5)



6)



Teorie

Funkční rovnice kvadratické funkce je $y = ax^2 + bx + c$.

- ☞ V případě, že graf kvadratické funkce (parabola) protíná osu x ve dvou bodech, je možné zapsat funkční rovnici také ve tvaru $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, kde x_1, x_2 jsou x -ové souřadnice průsečíků paraboly s osou x .
- ☞ V případě, že graf kvadratické funkce (parabola) se dotýká osy x v jednom bodě, je možné zapsat funkční rovnici také ve tvaru $y = a(x - x_1)^2$, kde x_1 je x -ová souřadnice bodu dotyku paraboly s osou x .

Jak určíme funkční rovnici:

1. z grafu zjistíme x -ové souřadnice průsečíků paraboly s osou x a dosadíme je do rovnice $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ za x_1, x_2 .
2. z grafu zjistíme libovolný další bod paraboly, souřadnice tohoto bodu dosadíme za x a y a vypočítáme koeficient a .

Tento postup je možné použít i v případě, kdy sice není zadáný graf kvadratické funkce, ale známe průsečíky paraboly s osou x a libovolný další bod paraboly.

Řešení

1)

$x_1 = -3; x_2 = 1$, dosadíme do rovnice $y = a(x - x_1)(x - x_2)$: $y = a(x + 3)(x - 1)$

Další bod paraboly je $[-1, -2]$, dosadíme do předchozí rovnice a vypočítáme koeficient a :

$$-2 = a(-1 + 3)(-1 - 1) \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Funkční rovnice je $y = \frac{1}{2}(x + 3)(x - 1)$ nebo po úpravě $y = \frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}$.

2)

$x_1 = 2; x_2 = 4$, dosadíme do rovnice $y = a(x - x_1)(x - x_2)$: $y = a(x - 2)(x - 4)$

Další bod paraboly je $[3, 1]$, dosadíme do předchozí rovnice a vypočítáme koeficient a :

$$1 = a(3 - 2)(3 - 4) \Rightarrow a = -1.$$

Funkční rovnice je $y = -(x - 2)(x - 4)$ nebo po úpravě $y = -x^2 + 6x - 8$.

3)

$x_1 = -1; x_2 = -5$, dosadíme do rovnice $y = a(x - x_1)(x - x_2)$: $y = a(x + 1)(x + 5)$

Další bod paraboly je $[-3, 8]$, dosadíme do předchozí rovnice a vypočítáme koeficient a :

$$8 = a(-3 + 1)(-3 + 5) \Rightarrow a = -2.$$

Funkční rovnice je $y = -2(x + 1)(x + 5)$ nebo po úpravě $y = -2x^2 - 12x - 10$.

4)

$x_1 = 1$, dosadíme do rovnice $y = a(x - x_1)^2$: $y = a(x - 1)^2$

Další bod paraboly je $[3, -2]$, dosadíme do předchozí rovnice a vypočítáme koeficient a :

$$-2 = a(3 - 1)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

Funkční rovnice je $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2$ nebo po úpravě $y = -\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

5)

$$x_1 = -4, \text{ dosadíme do rovnice } y = a(x - x_1)^2 : y = a(x + 4)^2$$

Další bod paraboly je $[-3, 3]$, dosadíme do předchozí rovnice a vypočítáme koeficient a :

$$3 = a(-3 + 4)^2 \Rightarrow a = 3.$$

Funkční rovnice je $y = 3(x + 4)^2$ nebo po úpravě $y = 3x^2 + 24x + 48$.

6) $x_1 = -1; x_2 = 4$

$$x_1 = -1; x_2 = 4, \text{ dosadíme do rovnice } y = a(x - x_1)(x - x_2) : y = a(x + 1)(x - 4)$$

Další bod paraboly je $[0, -2]$, dosadíme do předchozí rovnice a vypočítáme koeficient a :

$$-2 = a(0 + 1)(0 - 4) \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Funkční rovnice je $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 4)$ nebo po úpravě $y = \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2}x - 2$.