

## Funkce

### Podzim 2023

6 Předpis funkce  $f$  definované pro všechna přípustná  $x \in R$  je:

$$y = \log_{10}(8 - 2x) - \log_{10}(2 - x)$$

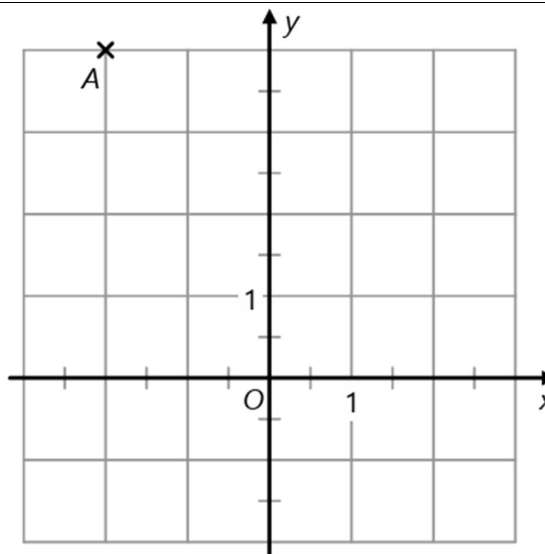
Určete všechna  $x \in R$ , pro která je hodnota funkce  $f$  rovna 1.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek:  $x = \frac{3}{2}$ , max. 2 body

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Funkce  $g : y = a^x$  se základem  $a \in R^+ \setminus \{1\}$  je definována pro všechna  $x \in R$ . Její graf prochází bodem  $A[-2; 4]$ .



7

7.1 Zapište souřadnici  $b_2$  bodu  $B[2; b_2]$  grafu funkce  $g$ .

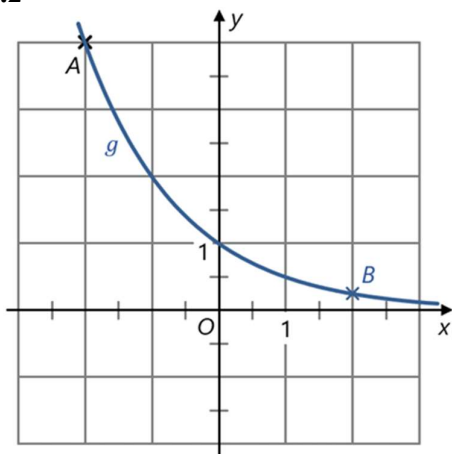
7.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce  $g$ .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Výsledek:

7.1  $b_2 = \frac{1}{4}$

7.2



, max. 2 body.

- 8 Funkce  $h: y = -(x+6)^2 + 4$  s definičním oborem  $\mathbb{R}$  je v jednom ze dvou intervalů  $(-\infty; p)$ ,  $(p; +\infty)$  klesající a ve zbývajícím je rostoucí ( $p \in \mathbb{R}$ ).

Z obou intervalů vyberte ten, v němž je funkce  $h$  rostoucí, a zapište jej s konkrétním číslem  $p$ .

Výsledek:  $(-\infty; 6)$ , 1 bod

---

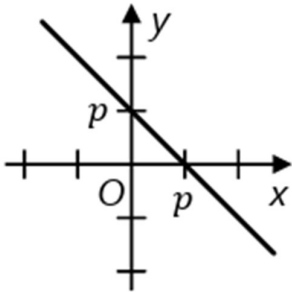
### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Předpis funkce  $h$  definované pro všechna  $x \in \mathbb{R}$  je:

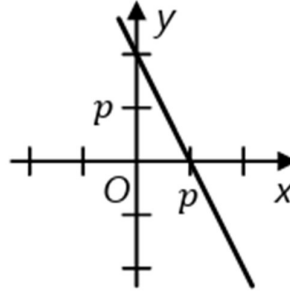
$$y = 2 - x$$

- 20 Který z následujících grafů je pro vhodné kladné číslo  $p$  grafem funkce  $h$  v kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$ ?

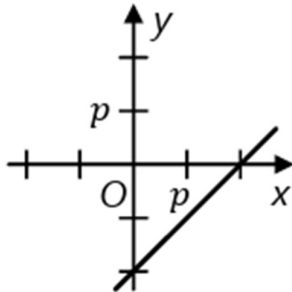
A)



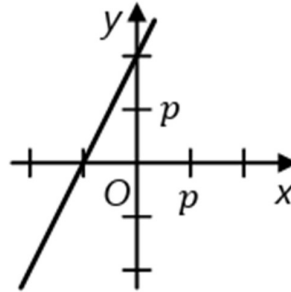
B)



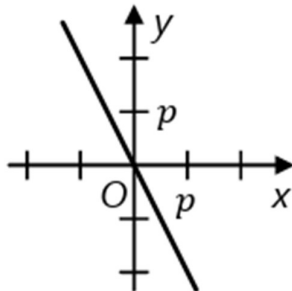
C)



D)



E)



Výsledek: A, 2 body

---

**Jaro 2023**

7 Je dán výraz:

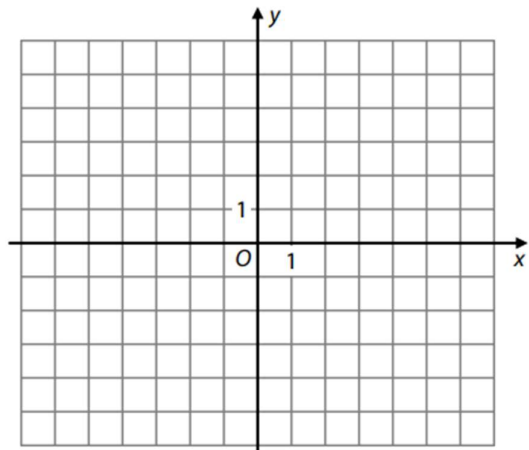
$$\log_2(8^{-x})$$

Určete všechna  $x \in R$ , pro která je hodnota daného výrazu rovna osmi.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek:  $x = -\frac{8}{3}$ , max. 2 body**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8**

Grafem funkce  $h: y = \frac{3}{x-2} - 4$  je hyperbola se středem  $S$  (bod  $S$  je průsečík asymptot). Graf lineární funkce  $f$  prochází bodem  $R = [-5; 1]$  a bodem  $S$ .



8

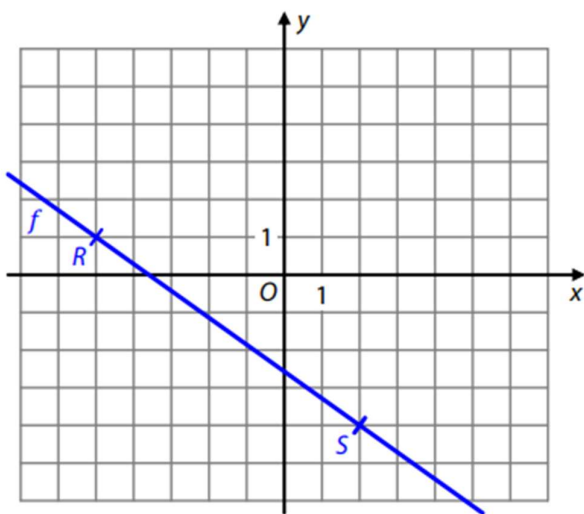
8.1 Určete obě souřadnice středu  $S$ .8.2 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojte graf lineární funkce  $f$ .

V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.

Výsledek:

8.1  $S = [2; -4]$ ,

8.2



max. 2 body

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 9–10

Pro  $x \in R$  je dána funkce:

$$g : y = \sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right)$$

**9** Vypočítejte obě souřadnice průsečíku **P** grafu funkce  $g$  se souřadnicovou osou  $y$ .

**10** Určete nejmenší kladné číslo  $x$ , pro které platí:

$$\sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 1$$

**Výsledek:**

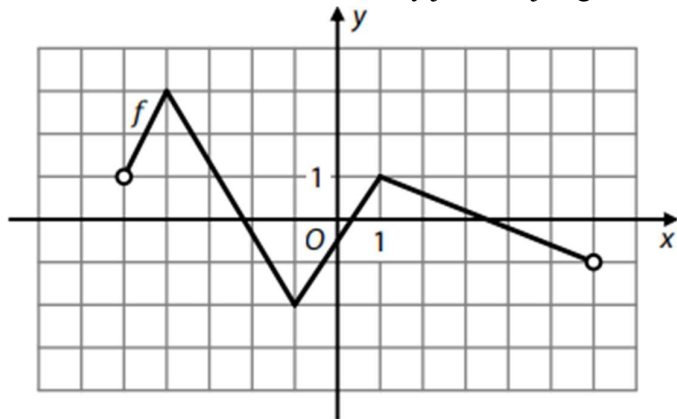
**9**  $P = \left[0; -\frac{1}{2}\right]$ , 1 bod

**10**  $x = \frac{4\pi}{3}$ , max. 2 body

---

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestrojen graf funkce  $f$  s definičním oborem  $(-5; 6)$ .



(Vrcholy lomené čáry jsou v mřížových bodech.)

3 Zapište obor hodnot funkce  $f$ .

Výsledek:  $H_f = \langle -2; 3 \rangle$ , 1 bod

17 V intervalu  $(0; 2\pi)$  je řešena rovnice:

$$\frac{1}{\cos x} = 2$$

Která z množin obsahuje všechna řešení dané rovnice?

A)  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right)$     B)  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$     C)  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right)$

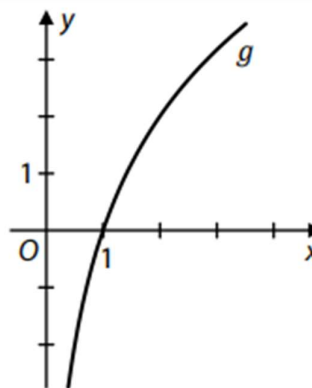
D)  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$     E) žádná z uvedených množin

Výsledek: A, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestrojen graf funkce  $g: y = \log_a x$  s definičním oborem  $(0; +\infty)$ , pro kterou platí:

$$\log_a 2 = 2$$



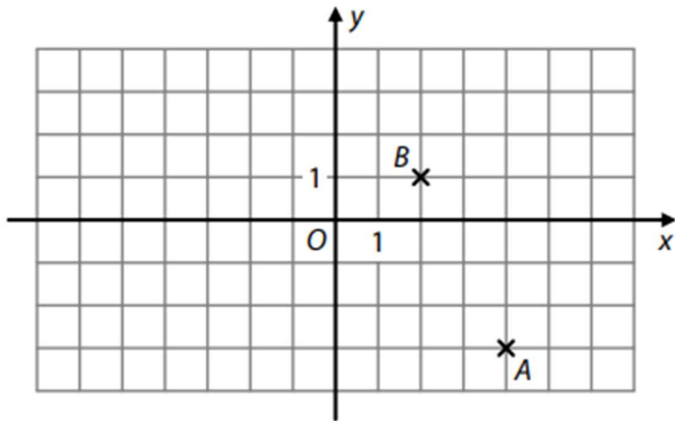
18 Která z následujících rovností platí pro funkci  $g$ ?

A)  $\log_a \sqrt{2} = \sqrt{2}$     B)  $\log_a \sqrt{8} = \sqrt{8}$     C)  $\log_a 4 = 4$     D)  $\log_a 8 = 8$     E) žádná z uvedených rovností

Výsledek: C, 2 body

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou vyznačeny dva mřížové body  $A, B$ . Grafem funkce  $h$  je parabola s vrcholem  $A$  procházející bodem  $B$ .



19 Jaký je předpis funkce  $h$ ?

- A)  $y = -2x + 5$     B)  $y = x^2 - 8x + 13$     C)  $y = -x^2 + 4x - 3$     D)  $y = \frac{x-1}{3-x}$     E)  $y = \frac{3x-9}{x-5}$

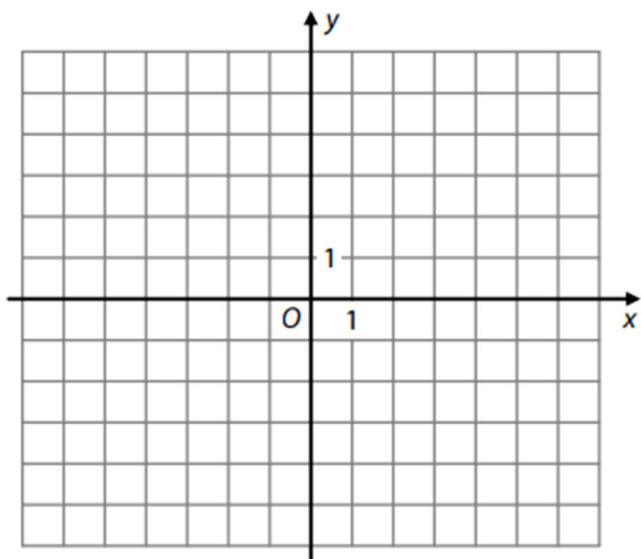
**Výsledek:** B, 2 body

---

Jaro 2022

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Funkce  $f: y = \frac{3}{x-1}$  je definována pro všechna přípustná  $x \in \mathbf{R}$ .



8

8.1 Určete obě souřadnice průsečíku  $P[p_1; p_2]$  grafu funkce  $f$  se souřadnicovou osou  $y$ .

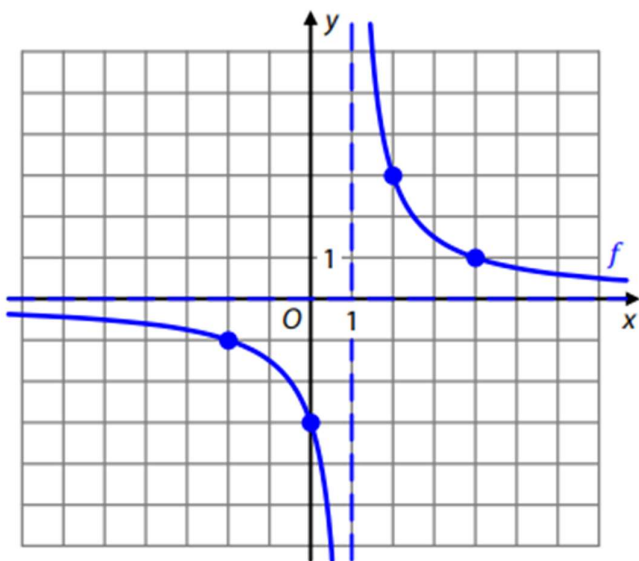
8.2 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojte graf funkce  $f$ . Na grafu funkce vyznačte alespoň tři mřížové body.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Výsledek:

8.1  $P[0; -3]$ ,

8.2



max. 2 body

9 Funkce  $g: y = x(x - 36)$  je definována pro všechna  $x \in \mathbf{R}$ .

Vrcholem grafu funkce  $g$  je bod  $V[v_1; v_2]$ .

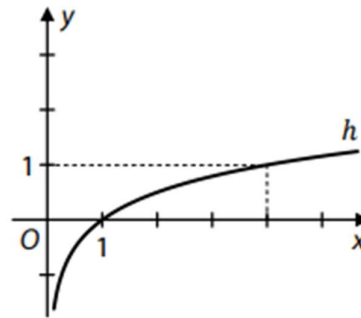
Určete první souřadnici  $v_1$  vrcholu  $V$ .

**Výsledek:**  $v_1 = 18$ , 1 bod

---

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestaven graf logaritmické funkce  $h: y = \log_a x$ , jejímž definičním oborem je interval  $(0; +\infty)$ .



10 Určete

10.1 základ  $a$  logaritmické funkce  $h$ ,

10.2 hodnotu proměnné  $x$ , pro kterou  $h(x) = 3$ .

**Výsledek:** 10.1  $a = 4$ , 10.2  $x = 64$ , max. 2 body

---

22 Pro  $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle$  platí:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Jaká je hodnota  $\operatorname{tg} x$ ?

- A) hodnota neexistuje    B)  $-\sqrt{3}$     C)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$     D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     E)  $\sqrt{3}$

**Výsledek:** E, 2 body

---



**Podzim 2021**

**8** V intervalu  $\langle 0; 2\pi \rangle$  řešte:

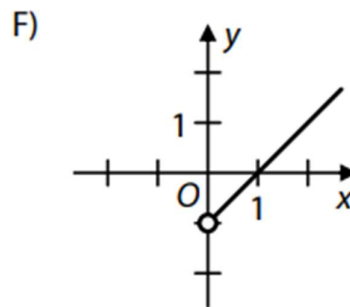
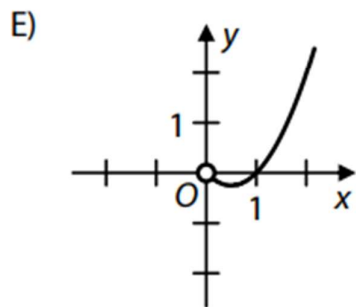
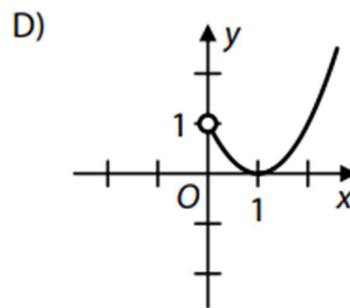
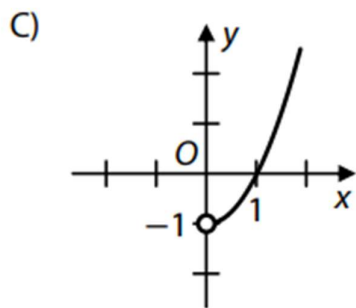
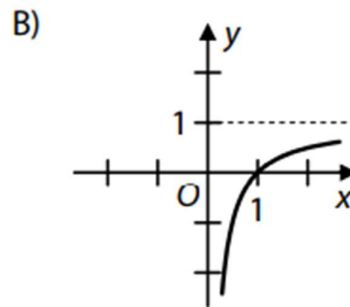
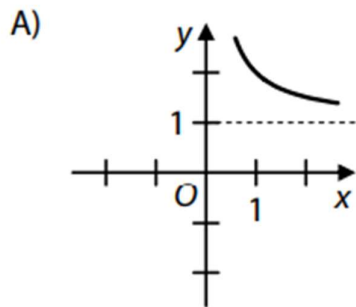
$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sin x}{\cos x} = -1$$

**Výsledek:**  $x_1 = \frac{5\pi}{6}; x_2 = \frac{11\pi}{6}$ , max. 2 body

**25** Každou z následujících funkcí (25.1-25.4) definujeme pro  $x \in (0; \infty)$ .

**Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).**

25.1  $y = \frac{x^2 - x}{x}$     25.2  $y = \frac{x^3 - x}{x}$     25.3  $y = \frac{x^2 - x}{x^2}$     25.4  $y = (x^2 - x) \cdot \log_4 4$



**Výsledek:** F C B E, max. 4 body

**Mimořádný termín červenec 2021**

**8 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

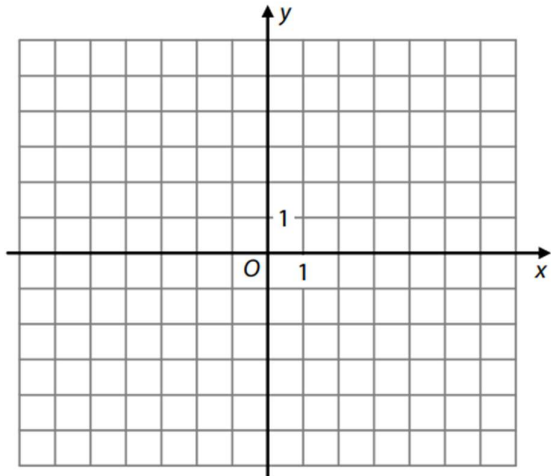
$$\left(\frac{27}{8}\right)^{x+2} \cdot \frac{2^x}{3^x} = \frac{3}{2}$$

**Výsledek:**  $x = -2,5$ , 1 bod

---

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9**

Graf kvadratické funkce  $f$  s definičním oborem  $\mathbb{R}$  má vrchol  $V[-3;4]$  a prochází bodem  $A[-5;0]$ .



**9**

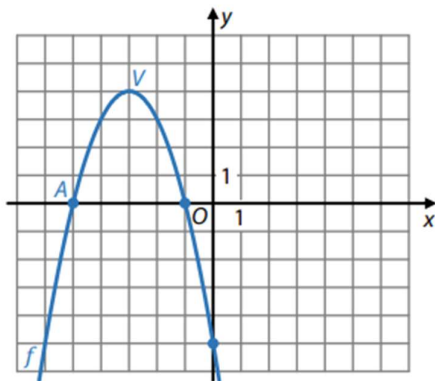
9.1 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojte graf funkce  $f$  a vyznačte průsečíky grafu se souřadnicovými osami  $x$ ,  $y$ .

**V záznamovém archu** obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

9.2 Zapište obor hodnot funkce  $f$ .

**Výsledek:**

9.1



Průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami musí být zobrazeny, a to přesně.

9.2  $y \in (-\infty; 4)$ , max. 2 body

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16**

Jsou dány funkce  $f, g$  s definičními obory  $\mathbb{R}$ .

$$f : y = -2 - x$$

$$g : y = -2x$$

**16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

16.1  $f(1) < g(1)$

16.2 Funkce  $f$  je rostoucí.

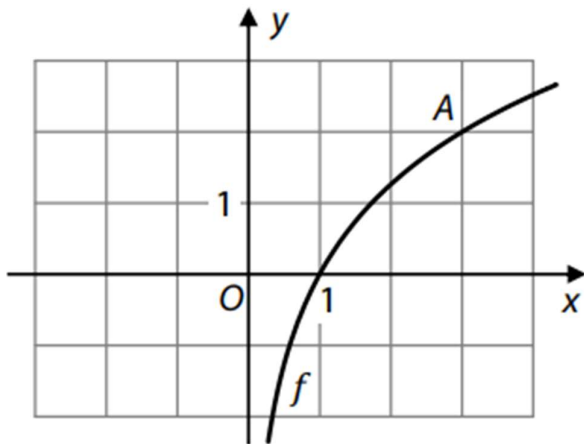
16.3 Funkce  $g$  je konstantní.

16.4 Grafy funkcí  $f$  a  $g$  mají společný bod  $P[2; -4]$

**Výsledek:** ANNA, max. 2 body

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Logaritmická funkce  $f : y = \log_a x$  s definičním oborem  $(0; +\infty)$  je dána grafem. Graf prochází mřížovým bodem  $A$ .



17 Jaká je hodnota základu  $a$  logaritmické funkce  $f$ ?

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\sqrt[3]{2}$       C)  $\sqrt{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\sqrt{3}$

Výsledek: E. 2 body

---

**Jaro 2021**

**10 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

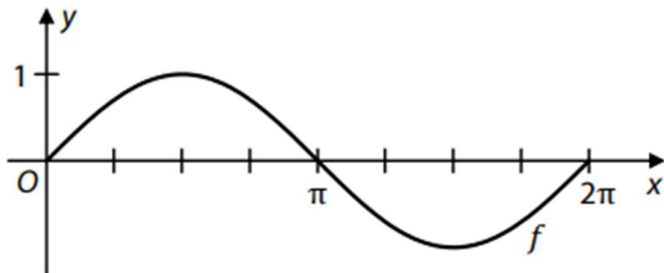
$$2^{5x} - \log_5 5 = 0$$

**Výsledek:**  $x = -\frac{1}{5}$ , 1 bod

---

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11**

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestrojen graf funkce  $f: y = \sin x$  pro  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .



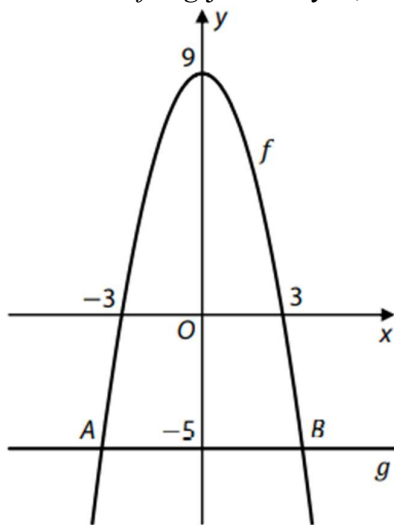
**11 Vypočítejte všechny hodnoty proměnné  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ , pro něž je  $f(x) = -0,5$ .**

**Výsledek:**  $x_1 = \frac{7\pi}{6}; x_2 = \frac{11\pi}{6}$ , max. 2 body

---

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19**

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestrojen graf kvadratické funkce  $f$  a graf konstantní funkce  $g$ . Průsečíky grafů funkcí  $f$  a  $g$  jsou body A, B.



**19 Jaká je vzdálenost bodů A, B?**

A)  $2\sqrt{14}$

B) 7,6

C)  $2\sqrt{15}$

D) 8

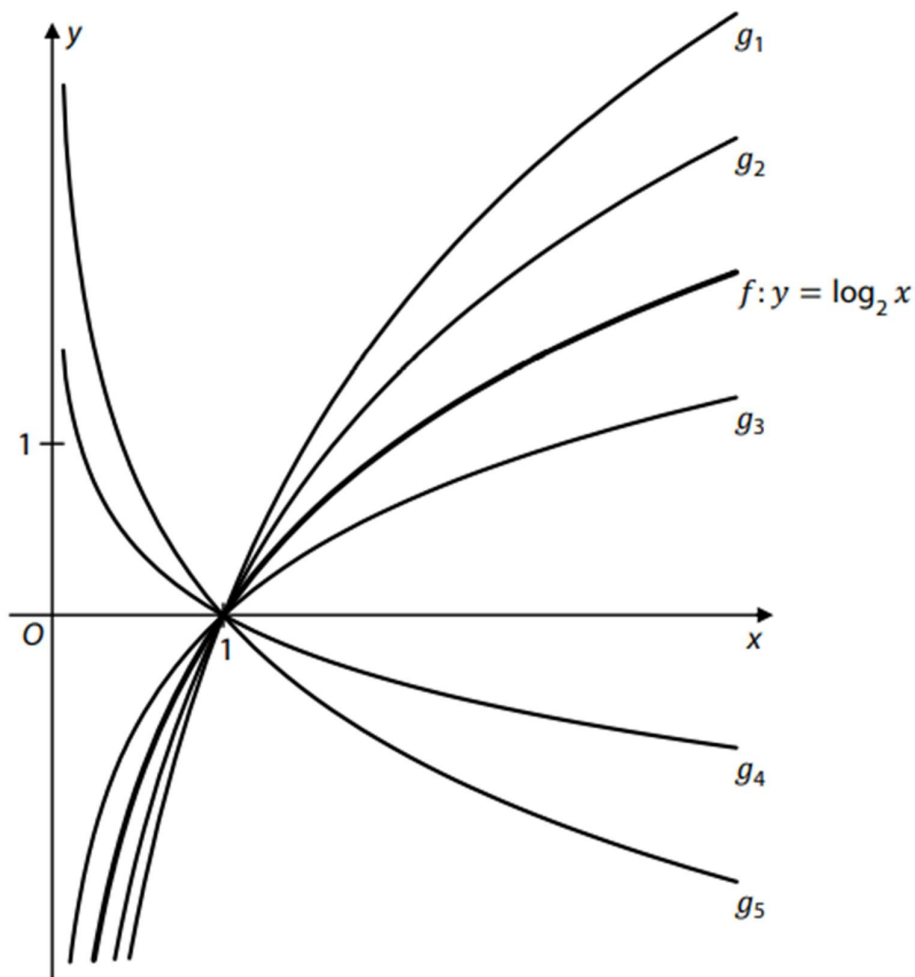
E) jiná vzdálenost

**Výsledek: A, 2 body**

---

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestrojen graf funkce  $f : y = \log_2 x$  a grafy pěti dalších logaritmických funkcí  $g_1 - g_5$  s předpisy  $y = \log_a x$ , v nichž se základy  $a$  vzájemně liší. Všechny tyto funkce mají definiční obor  $(0; +\infty)$ .



20 Kolik z daných funkcí  $g_1 - g_5$  má základ menší než 2 (tj.  $a < 2$ )?

- A) nelze určit      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

**Výsledek: E, 2 body**

**Podzim 2020**

17 Je dán výraz:  $\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}}$ .

Který z následujících výrazů je pro každé  $a \in (1; +\infty)$  ekvivalentní s daným výrazem?

A) 25 B) 12,5 C) 0,2a D)  $0,5a^{25}$  E) Žádný z uvedených výrazů není s daným výrazem ekvivalentní.

**Výsledek: B, 2 body**

---

25 Každá funkce daná některým z předpisů 25.1–25.4 je definována pro všechna  $x \in R \setminus \{0\}$ .

**Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) útvar (A–F), na němž leží všechny body grafu této funkce.**

25.1  $y = \frac{2x^3}{x}$       25.2  $y = \frac{x^2}{x \cdot \sqrt{2}}$       25.3  $y = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{x}$       25.4  $y = \frac{x^2}{2x^3}$

- A) přímka různoběžná se souřadnicovými osami
- B) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou x
- C) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou y
- D) parabola souměrná podle souřadnicové osy x
- E) parabola souměrná podle souřadnicové osy y
- F) hyperbola

**Výsledek: E, A, B, F, max. 4 body**

---

26 Pro  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  přiřaďte ke každému výrazu (26.1–26.3) jeho ekvivalentní vyjádření (A–E).

26.1  $\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x$       26.2  $\cos 2x + 1$       26.3  $\frac{1}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$

A)  $\sin^2 x$       B)  $\cos^2 x$       C)  $2 \cdot \sin x$       D)  $2 \cdot \sin^2 x$       E)  $2 \cdot \cos^2 x$

**Výsledek: D, E, A, max. 3 body**

---

**Jaro 2020**

9 Pro všechny přípustné hodnoty  $x \in R$  je dána funkce  $f : y = \log_9(1-x)$ .

9.1 Určete definiční obor funkce  $f$ .

9.2 Určete, pro které hodnoty proměnné  $x$  platí  $y = 0,5$ .

**Výsledek: 9.1**  $x \in (-\infty; 1)$  **1 bod, 9.2**  $x = -2$  **1 bod.**

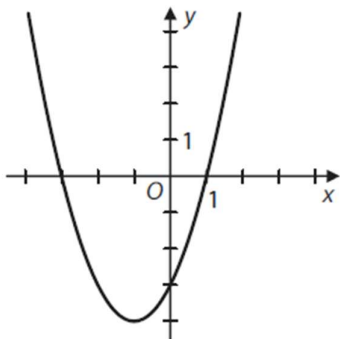
10 V oboru  $R$  řešte:

$$2^{1000} : 2^{500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x$$

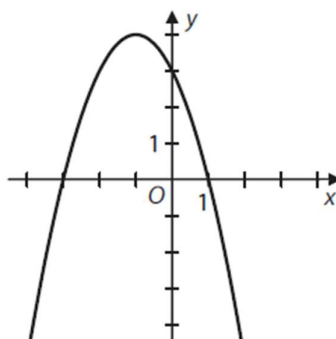
**Výsledek:  $x = 502$  1 bod.**

25 Každému z grafů (25.1–25.4) kvadratické funkce přiřaďte odpovídající předpis (A–F).

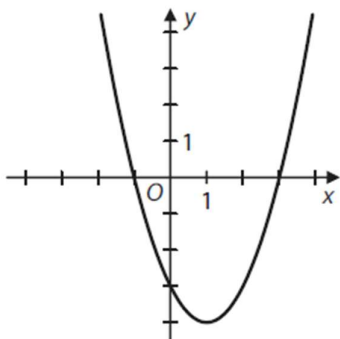
25.1



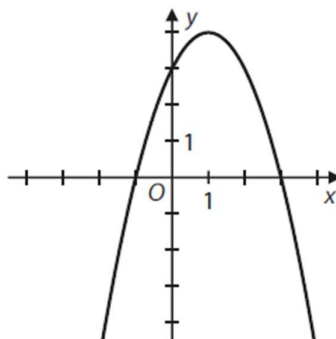
25.2



25.3



25.4



A)  $y = (x-3)(x+1)$

B)  $y = (x-3)(x-1)$

C)  $y = (3-x)(x+1)$

D)  $y = (x+3)(x+1)$

E)  $y = (x+3)(x-1)$

F)  $y = (x+3)(1-x)$

**Výsledek: E, F, A, C max 4 body.**

**Podzim 2019**

16 Na množině  $R \setminus \{-2\}$  je dána funkce  $f: y = \frac{2}{x+2}$ .

**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

16.1 Grafem funkce  $f$  je hyperbola.

16.2 Graf funkce  $f$  protíná obě souřadnicové osy  $x, y$ .

16.3  $f(1) = 0$

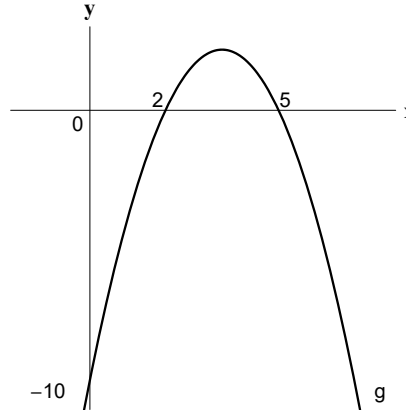
16.4 Obor hodnot funkce  $f$  je  $H_f = R \setminus \{0\}$

**Výsledek: ANNA, max. 2 body**

---

**VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17**

Kvadratická funkce  $g$  s definičním oborem  $R$  je dána grafem.



17 Které z následujících vyjádření je předpisem funkce  $g$ ?

A)  $y = x^2 + 7x - 10$       B)  $y = -x^2 + 7x + 10$       C)  $y = -(x+2)(x+5)$

D)  $y = (x-2)(x+5)$       E)  $y = (x-2)(5-x)$

**Výsledek: E, 2 body**

---

25 Ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru  $R$  přiřad'te interval (B–F), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (A), nemá-li rovnice řešení.

25.1  $\log_{10}(-2x) = 0$     25.2  $\log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$     25.3  $2^x : 32^{0.5} = \sqrt[3]{32}$     25.4  $2^{-x} + 2 = 0$

A)  $\emptyset$     B)  $(-\infty; -2)$     C)  $(-2; 0)$     D)  $(0; 2)$     E)  $(2; 4)$     F)  $(4; \infty)$

**Výsledek: CEFA, max. 4 body**

---



**Jaro 2019**

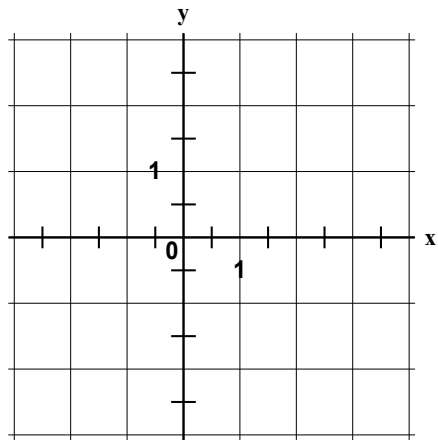
7 Kvadratická funkce má předpis  $y = 2x^2 - 3x$ . Její graf protíná přímka  $p$  ve dvou různých bodech  $P[p_1; 9]$  a  $Q[q_1; 9]$ .

Vypočtete souřadnice  $p_1, q_1$  bodů  $P, Q$ .

Výsledek:  $p_1 = 3, q_1 = -1,5$

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8**

Je dána funkce  $f: y = \log_2 x$ .



8

8.1 Dopočtete souřadnici  $a_2$  bodu  $A[4; a_2]$  grafu funkce  $f$ .

8.2 Dopočtete souřadnici  $b_1$  bodu  $B[b_1; -1]$  grafu funkce  $f$ .

8.3 Sestrojte graf funkce  $f$ s přesně vyznačenými body  $A, B$  a průsečíkem  $P$  grafu funkce  $f$  se souřadnicovou osou  $x$ .

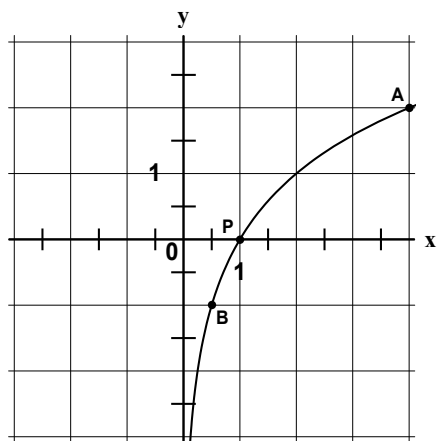
V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.

Výsledek:

8.1  $a_2 = 2$  1 bod

8.2  $b_1 = 0,5$  1 bod

8.3 1 bod



11 Pro dva různé úhly  $\alpha = 112^\circ, \beta \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$  platí  $\cos \alpha = \cos \beta$ .

Určete ve stupních velikost úhlu  $\beta$ .

Výsledek:  $\beta = 248^\circ, 1$  bod.

12 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:  $\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$

Výsledek:  $x = 0, 1$  bod

**Podzim 2018**

6 Bod  $A$  grafu funkce  $g: y = 0,75x - 0,5$  má obě souřadnice  $x, y$  stejné. Určete souřadnice bodu  $A$ .

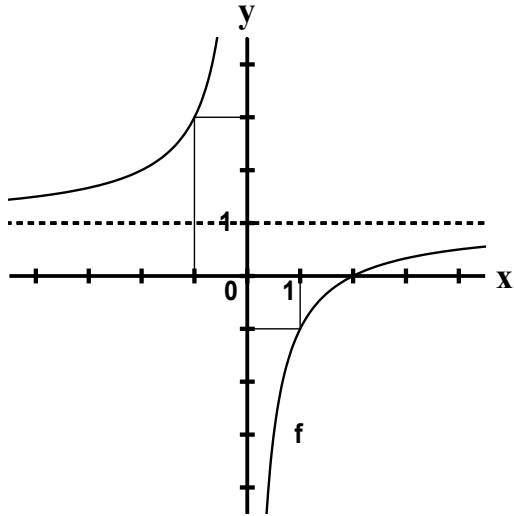
Výsledek:  $A[-2; -2]$ , 1 bod

11 Určete souřadnice průsečíku  $P[x_0; y_0]$  grafu funkce  $f$  se souřadnicovou osou  $x$ .  $f: y = 4 - 2 \cdot \log_3 x$

Výsledek:  $P[9; 0]$ , 1 bod

**VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 24**

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf lineární lomené funkce  $f$  s definičním oborem  $R \setminus \{0\}$ .



24 Jaký je předpis funkce  $f$ ?

- A)  $y = \frac{-2}{x}$     B)  $y = \frac{2}{x-2}$     C)  $y = \frac{x-2}{x+2}$     D)  $y = \frac{x-2}{-x+2}$     E)  $y = \frac{x-2}{x}$

Výsledek: E, 2 body

25 Ke každé z následujících funkcí (25.1–25.4) s definičním oborem  $R$  přiřaďte obor hodnot (A–F) dané funkce.

25.1  $y = (x-3)^2$     25.2  $y = 3 + x^2$     25.3  $y = x-3$     25.4  $y = 3$

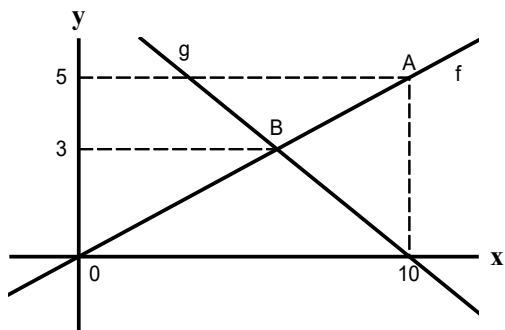
- A)  $R$     B)  $(-\infty; 0)$     C)  $(-\infty; 3)$     D)  $(0; \infty)$     E)  $(3; \infty)$     F)  $\{3\}$

Výsledek: DEAF, max. 4 body

Jaro 2018

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6 – 7

Grafy funkcí  $f$  a  $g$  jsou přímky. Graf funkce  $f$  prochází počátkem  $O$  a bodem  $A$ . Grafy funkcí  $f$  a  $g$  se protínají v bodě  $B$ .



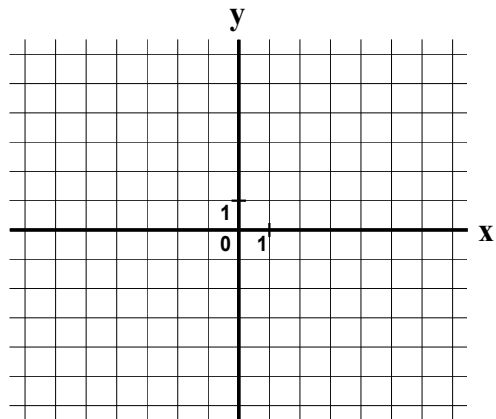
6 Zapište předpis funkce  $f$ .

7 Zapište obecnou rovnici přímky, která je grafem funkce  $g$ .

Výsledek: 6  $f: y = \frac{1}{2}x$  1 bod, 7  $3x + 4y - 30 = 0$  max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Graf kvadratické funkce  $f$  prochází body  $A[-5; 0]$ ,  $B[-4; 3]$ ,  $C[-3; 4]$ . Osa souměrnosti  $o$  grafu kvadratické funkce  $f$  je určena rovnicí  $x = -3$ .



8

8.1 Zapište souřadnice vrcholu  $V[x; y]$  grafu funkce  $f$ .

8.2 V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  sestrojte graf funkce  $f$ . V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.

8.3 Zapište obor hodnot funkce  $f$ .

Výsledek: 8.1  $V[-3; 4]$  1 bod, 8.2 graf 1 bod, 8.3  $y \in (-\infty; 4)$

25 Ke každé rovnici (25.1-25.4) řešené v oboru  $\mathbb{R}$  přiřaďte interval (A-F), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (F), nemá-li rovnice řešení.

25.1  $3^{2x} = 9^{-x}$       25.2  $2^{2x} \cdot 2^{-x} = \frac{1}{2}$       25.3  $\log(x-2) = \log(1-x)$       25.4  $2 \cdot \log x = 1$

A)  $(-\infty; -1)$       B)  $(-1; 1)$       C)  $(1; 2)$       D)  $(2; 3)$       E)  $(3; \infty)$       F)  $\emptyset$

Výsledek: BAFE, max. 4 body

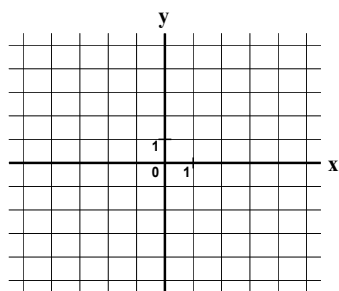
**Podzim 2017**

7 Pro všechna  $x, y \in (0; \infty)$  platí:

$$\log y = 2 \log x + 2$$

Vyjádřete proměnnou  $y$  tak, aby zápis neobsahoval logaritmy.

Výsledek:  $y = 100x^2$ , 1 bod

**VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8**

8 Funkce  $f: y = -\frac{2}{x}$  je definována pro všechna  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

8.1 Sestrojte graf funkce  $f$ . Graf musí procházet body  $A[-1; \quad]$ ,  $B[1; \quad]$ ,  $C[2; \quad]$ , jejichž chybějící souřadnice dopočtete.

**V záznamovém archu** obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.2 Zapište všechna  $x$ , pro něž je hodnota funkce  $f$  záporná ( $y < 0$ ).

Výsledek: **hyperbola s body**  $A[-1; 2]$ ,  $B[1; -2]$ ,  $C[2; -1]$ ,  $x \in (0; \infty)$ , **max. 2 body**

12 Funkce  $f: y = \left(\frac{9}{4}\right)^x$  je definována pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ .

Z množiny  $M = \left\{-\frac{9}{4}; -1; 0; \frac{4}{9}; \frac{3}{2}; 3\right\}$  **vypište všechna čísla, která patří do oboru hodnot funkce  $f$ .**

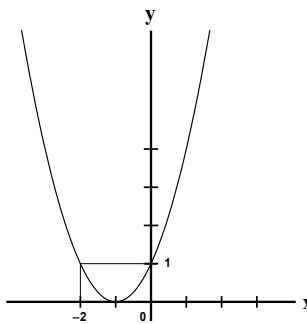
Výsledek:  $\frac{4}{9}; \frac{3}{2}; 3$ , 1 bod.

13 Řešte rovnici s neznámou  $x \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ :  $\operatorname{tg} x = -1$ .

Výsledek: **135°, 315°, max. 2 body**

**VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 24**

Grafem funkce  $f$  je parabola ( $D_f = \mathbb{R}$ ).



**24 Které z následujících tvrzení je pravdivé?**

A) Graf funkce  $f$  je souměrný podle přímky  $p: x - 1 = 0$

B) Funkce  $f$  má předpis  $y = (x + 1)^2$

C) Funkce  $f$  je klesající v intervalu  $(-\infty; 0)$

D) Obor hodnot funkce  $f$  je interval  $(0; \infty)$

E)  $f(0) = -1$

Výsledek: **B, 2 body**

**Jaro 2017****12 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

$$\log_3 3x = 6$$

**Výsledek:  $x = 243$ , 1 bod****13 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

$$3 \cdot 9^x - 9^x = 6$$

**Výsledek:  $x = \frac{1}{2}$ , 1 bod****16** Grafem kvadratické funkce  $f: y = 9 - x^2$  pro  $x \in \mathbb{R}$  je parabola.**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**16.1 Vrchol paraboly je  $V[0; 9]$       16.2 Jeden z průsečíků paraboly se souřadnicovými osami je  $P[-3; 0]$ 16.3  $f(0) = -3$ 16.4 Obor hodnot funkce  $f$  je  $H_f = \langle 9; +\infty \rangle$ **Výsledek: A A N N, max. 2 body****25** Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.5–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).

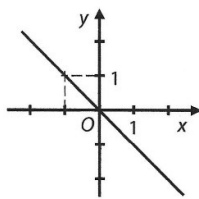
25.1  $y = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$

25.1  $y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$

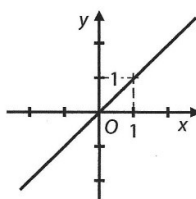
25.1  $y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$

25.1  $y = x + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$

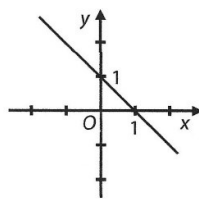
A)



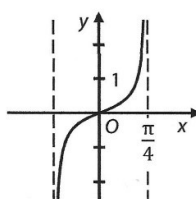
B)



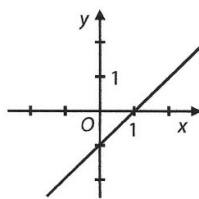
C)



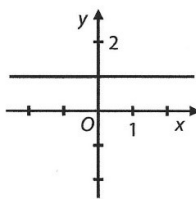
D)



E)

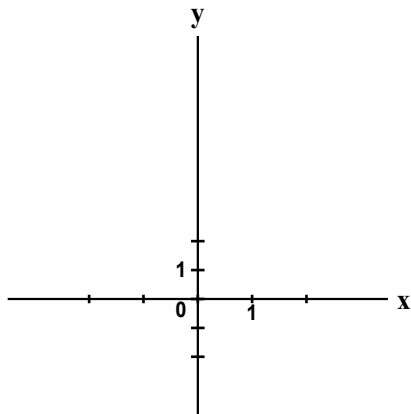


F)

**Výsledek: F A B E, max. 4 body**

**Podzim 2016****VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6**

Je dána funkce  $f$  s předpisem  $y = x^2$  a definičním oborem  $D_f = \langle -2; 3 \rangle$ .

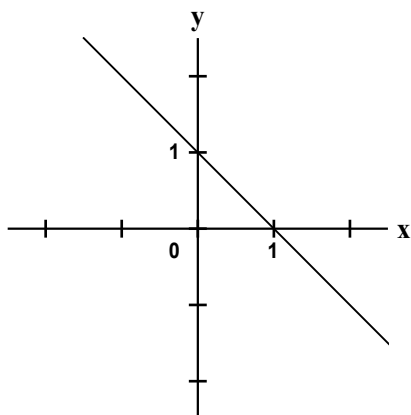


**6 Zapište obor hodnot funkce  $f$ .**

**Výsledek:**  $H_f = \langle 0; 9 \rangle$ , 1 bod

**VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 7**

Grafem funkce  $g$  je přímka.



**7 Zapište předpis funkce  $g$ .**

**Výsledek:**  $g: y = -x + 1$ , 1 bod

**14 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**  $16 \cdot 2^{x+1} = 4 \cdot 8^x$ .

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

**Výsledek:**  $K = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ , max. 2 body

**25 Přiřad'te ke každé rovnici (25.1 – 25.4) její řešení (A – F) v oboru  $\mathbb{R}$ .**

25.1  $\operatorname{tg} x = 0$    25.2  $\cos x = 1$    25.3  $\sin 2x = 0$    25.4  $\operatorname{cotg} \frac{x}{2} = 1$

A)  $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$    B)  $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$    C)  $x = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$    D)  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

E)  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$    F)  $x = \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

**Výsledek:** B, C, A, E, max. 4 body

**Jaro 2016**

15 Pro  $x \in \mathbb{R}$  určete definiční obor rovnice (podmínky) a rovnici vyřešte.

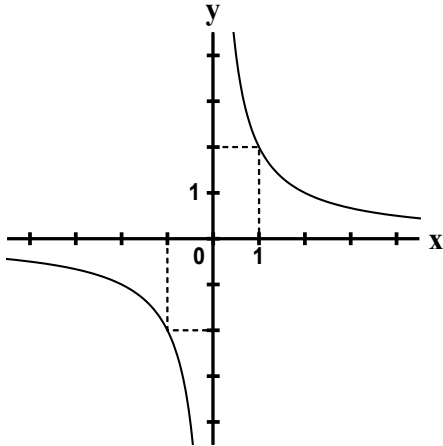
$$\log 8 - \log 2 = \frac{\log(2x-2)}{2}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

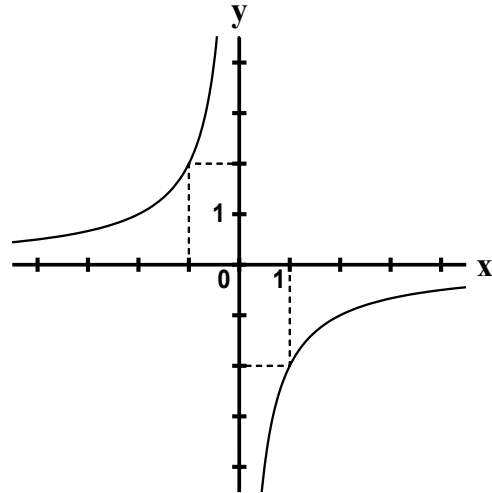
Výsledek:  $x \in (1; \infty)$ ,  $K = \{9\}$ , max. 3 body

25 Přiřad'te ke každému grafu funkce (25.1 – 25.4) odpovídající předpis funkce (A – F).

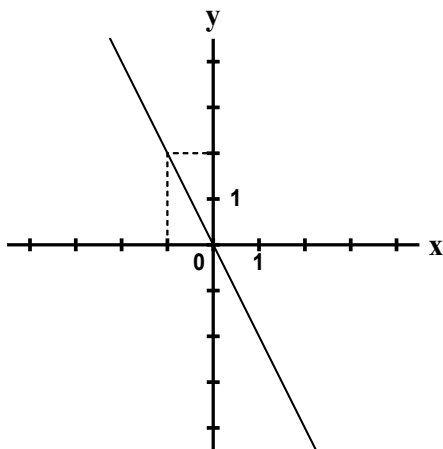
25.1



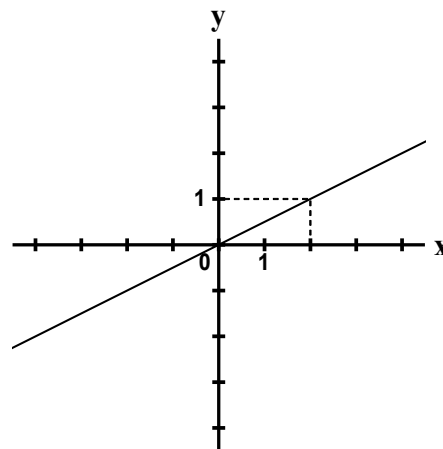
25.2



25.3



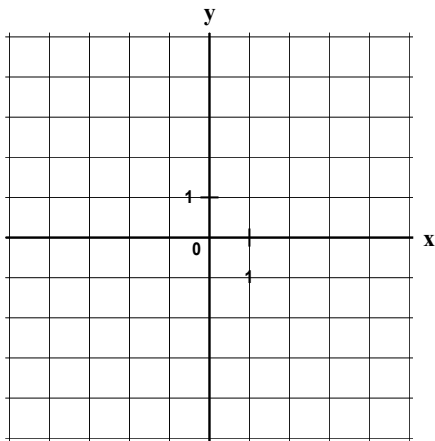
25.4



- A)  $y = \frac{2}{x^{-1}}$  B)  $y = \frac{-x}{2^{-1}}$  C)  $y = 2^{-1} \cdot x$  D)  $y = \left(\frac{x}{2}\right)^{-1}$  E)  $y = -2 \cdot x^{-1}$  F)  $y = -2^{-1} \cdot x^{-1}$

Výsledek: D, E, B, C, max. 4 body

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8



8 Funkce  $f$  s definičním oborem  $\mathbf{R}$  má předpis  $y = 4 - 2x$ .

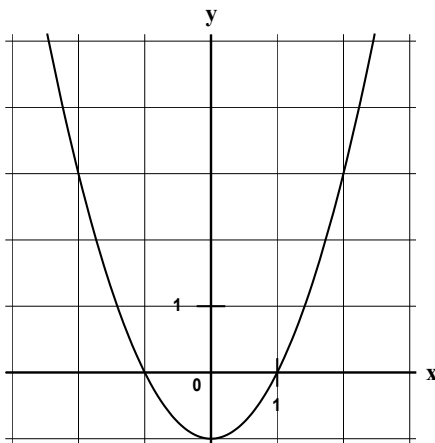
8.1 Sestrojte graf funkce. V záznamovém archu obtáhněte graf propisovací tužkou.

8.2 Graf lineární funkce  $g$  s definičním oborem  $\mathbf{R}$  prochází počátkem  $O$  kartézské soustavy souřadnic  $Oxy$  a s grafem funkce  $f$  nemá žádný společný bod. Zapište předpis funkce  $g$ .

Výsledek: 8.2  $g : y = -2x$ , max. 2 body

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestroyen graf funkce  $f : y = x^2 - 1$  pro  $x \in \mathbf{R}$



11 Určete všechny hodnoty proměnné  $x$ , pro něž je  $f(x) \leq 3$ .

Výsledek:  $x \in \langle -2; 2 \rangle$ , 1 bod

25 Přiřad'te ke každé rovnici (25.1-25.4) řešení v oboru  $\mathbf{R}$  odpovídající množinu všech řešení (A-F).

25.1  $2^x = \frac{1}{2}$     25.2  $2^x = 0$     25.3  $\log_2 x = -1$     25.4  $\log_2 x^2 = 0$

- A)  $\{-2\}$     B)  $\{-1\}$     C)  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$     D)  $\{1\}$     E)  $\emptyset$     F) jiná množina

Výsledek: B, E, C, F, max. 4 body



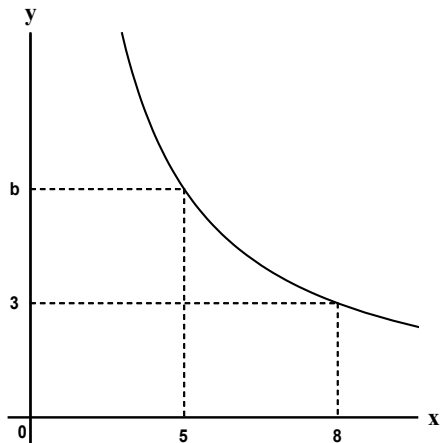
**Jaro 2015**

6 Určete definiční obor a řešení rovnice s neznámou  $x \in R$ .

$$\log(2-x) = -1$$

**Výsledek:**  $D(x) = (-\infty; 2)$ ;  $K = \{1, 9\}$ , max. 2 body

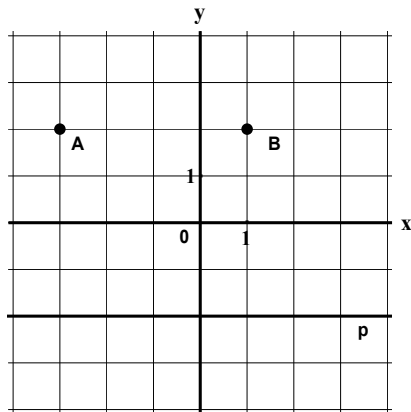
7 V soustavě souřadnic Oxy je sestrojena část grafu nepřímé úměrnosti.



Vypočtete hodnotu  $b$ .

**Výsledek:**  $\frac{24}{5}$ , 1 bod

8 Grafem kvadratické funkce  $f$  s proměnnou  $x \in R$  je parabola, která prochází mřížovými body  $A$  a  $B$ . Vrchol  $V$  paraboly leží na přímce  $p$ .



8.1 Sestrojte graf funkce  $f$ . V záznamovém archu graf obtáhněte propisovací tužkou.

8.2 Zapište souřadnice vrcholu  $V$  grafu funkce  $f$ .

8.3 Zapište obor hodnot funkce  $f$ .

**Výsledek:** 8.1 graf; 8.2  $V = [-1; -2]$ , 8.3  $H(f) = \langle -2; \infty \rangle$ , max. 3 body

16 Rozhodněte u každé z následujících rovnic (16.1-16.4), zda má pro  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$  právě dvě řešení (A), či nikoli (N).

16.1  $\sin x = \frac{1}{2}$     16.2  $\sin x = \frac{3}{2}$     16.3  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$     16.4  $\sin x = -1$

**Výsledek:** A, N, A, N, max. 2 body

**Ilustrační 2015**

7 Pro  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$  řešte rovnici:  $\sin x = \frac{1}{2}$

**Výsledek:**  $K = \{30^\circ; 150^\circ\}$ , 1 bod

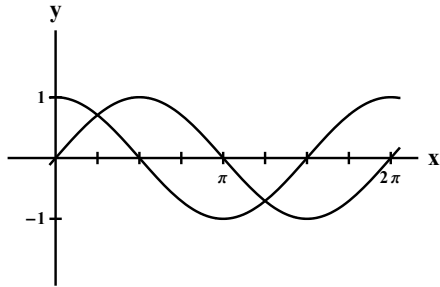
**25 Přiřaďte ke každé rovnici řešené v oboru  $\mathbb{R}$  (25.1-25.4) odpovídající množinu řešení (A-F).**

25.1  $2^{x-1} = \frac{1}{4}$     25.2  $2^x = -4$     25.3  $\log_2 2 + \log_2 1 = \log_2 2x$     25.4  $\log_2 x^2 - \log_2 x = 1$

A)  $\{-2; 2\}$     B)  $\{-2\}$     C)  $\{-1\}$     D)  $\{1\}$     E)  $\{2\}$     F)  $\emptyset$

**Výsledek: C; F; D; E, max. 4 body**

**26** V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou sestrojeny grafy funkcí sinus a kosinus pro  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .



26 Přiřaďte ke každé podmínce (26.1–26.3) interval (A–E), v němž podmínka platí.

26.1 V celém intervalu jsou funkce sinus i kosinus klesající.

26.2 V celém intervalu jsou funkce sinus i kosinus rostoucí.

26.3 V celém intervalu je funkce sinus klesající a funkce kosinus rostoucí.

A)  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$     B)  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$     C)  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$     D)  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$     E)  $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

**Výsledek: C, E, D, max. 3 body**

**Podzim 2014**

8 V oboru  $\mathbf{R}$  řešte:  $\frac{24+2^x}{4} = 2^x$ . V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

**Výsledek:  $x = 3$ , max. 2 body**

---

11 V oboru  $\mathbf{R}$  řešte:  $\log_4(x-8) = 1$

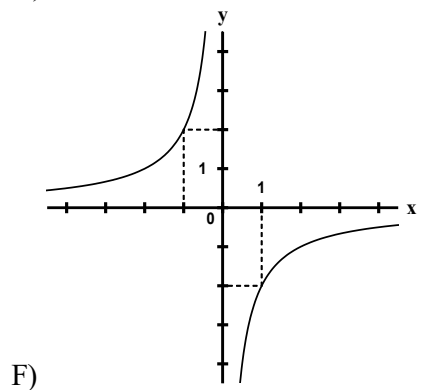
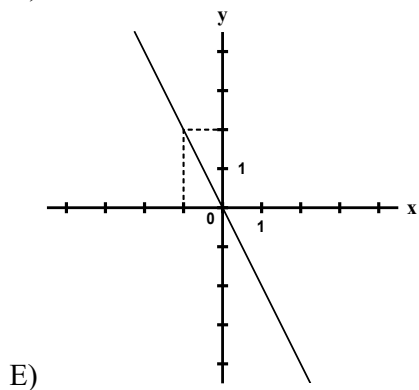
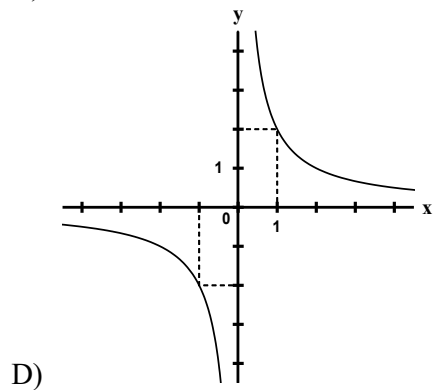
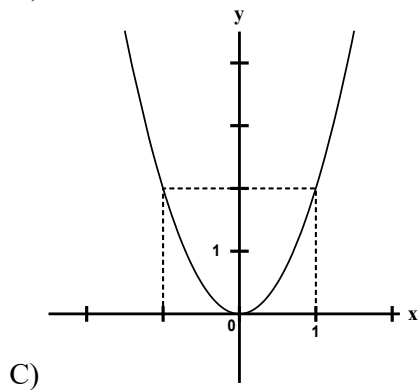
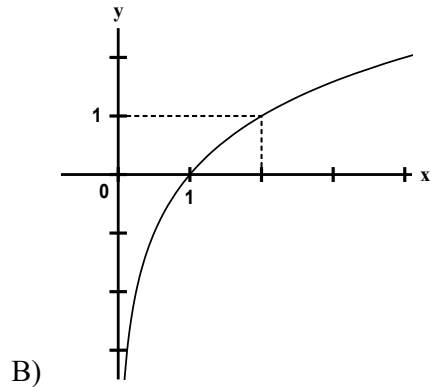
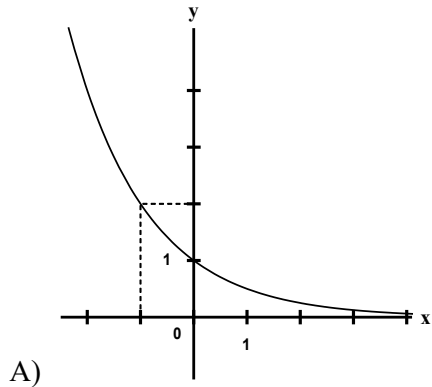
**Výsledek:  $K = \{12\}$ , 1 bod**

---

25 Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.1-25.4) odpovídající graf funkce (A-F).

Předpisy funkcí si můžete nejprve upravit.

25.1  $y = (2^{-1})^x$     25.2  $y = 2(-x)^2$     25.3  $y = 2(-x)^{-1}$     25.4  $y = 2(-x)$



**Výsledek: A; C; F; E, max. 4 body**

---

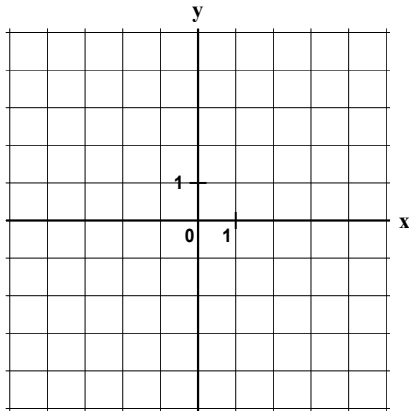
**Jaro 2014**

6 V oboru  $\mathbf{R}$  řešte:  $\sqrt{2^{2x}} = 8$

**Výsledek:  $x = 3$ , 1 bod**

7 Je dána funkce  $g: y = \sin x; x \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ . Určete ve stupních hodnotu proměnné  $x$ , v níž funkce  $g$  nabývá minima.

**Výsledek:  $270^\circ$ , 1 bod**

**VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8**

Pro  $x \in \mathbf{R}$  je dána funkce  $f: y = (2-x)(2+x)$

8.1 Sestrojte graf funkce  $f$ . V záznamovém archu obtáhněte graf propisovací tužkou.

8.2 Zapište souřadnice průsečíku  $P[x, y]$  grafu funkce  $f$  se souřadnicovou osou  $y$ .

8.3 Zapište všechny hodnoty proměnné  $x \in \mathbf{R}$ , pro něž je hodnota funkce  $f$  kladná ( $y > 0$ )

**Výsledek: 8.2  $P[0, 4]$ , 8.3  $x \in (-2; 2)$ , max. 3 body**

24 Graf reálné funkce s předpisem  $y = \log_a x$  prochází bodem  $P\left[2; \frac{1}{2}\right]$ . Ve kterém z uvedených intervalů naleznete hodnotu základu  $a$ ?

A)  $(5; \infty)$    B)  $(3; 5)$    C)  $(1; 3)$    D)  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$    E)  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$

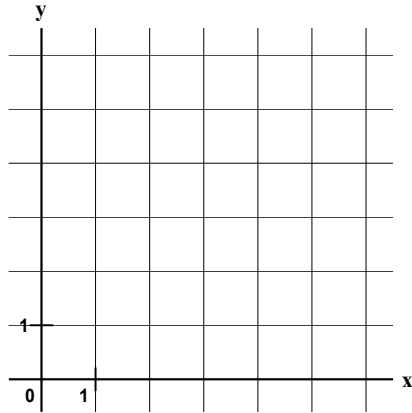
**Výsledek: B, 2 body**

**Ilustrační 2014****VÝCHOZÍ TEXT, TABULKA A OBRÁZEK K ÚLOZE 8**

Daný obdélník má délky sousedních stran 2,5 cm a 4 cm. Stejný obsah jako daný obdélník mohou mít ještě další pravoúhelníky (čtverec nebo obdélníky). Závislosti délek jejich sousedních stran lze zaznamenat do tabulky, vyjádřit předpisem nebo znázornit grafem.

**Pravoúhelníky se stejným obsahem**

délka jedné strany pravoúhelníku v cm	2	2,5	5		x
délka druhé strany pravoúhelníku v cm		4			



- 8.1 Zapište předpis funkce vyjadřující závislost délky  $y$  druhé strany pravoúhelníku na délce  $x$  první strany pravoúhelníku, jsou-li oba rozměry v centimetrech.  
 8.2 Sestrojte graf popsané funkce  
 8.3 Zjistěte, ve kterých bodech protíná graf funkce souřadnicovou osu  $x$ .

**V záznamovém archu** obtáhněte graf funkce **propisovací tužkou**.

**Výsledek: 8.1**  $y = \frac{10}{x}$  **8.2 hyperbola v prvním kvadrantu** **8.3 průsečík s osou  $x$  neexistuje, max. 3 body**

**10** Užitím logaritmů vyjádřete ze vztahu  $5^y = 4$  proměnnou  $y$ .

**Výsledek:**  $y = \log_5 4 = \frac{\log 4}{\log 5}$ , **1 bod**

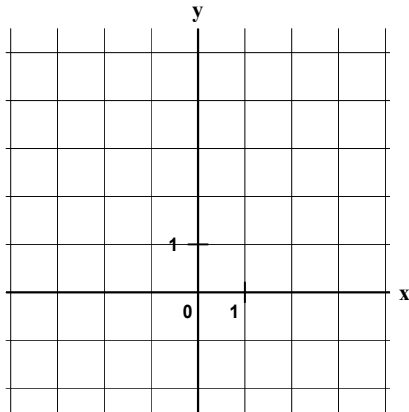
**11** Graf reálné funkce s předpisem  $y = a^x$  prochází body  $A[3;8]$  a  $B[b_1;16]$ .

Doplňte chybějící souřadnici  $b_1$  bodu  $B$ .

**Výsledek:**  $b_1 = 4$ , **1 bod**

**Podzim 2013****VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 8**

Funkce  $f$  s reálnou proměnnou  $x$  má předpis:  $y = (x-1)(x-3)$



8.1 Zapište souřadnice průsečíku  $Y[x; y]$  grafu funkce  $f$  se souřadnicovou osou  $y$ .

8.2 Sestrojte graf funkce  $y$ .

**V záznamovém archu** obtáhněte graf funkce **propisovací tužkou**.

**Výsledek: 8.1  $Y[0; 3]$  8.2 parabola s vrcholem v bodě  $[2; -1]$ , max. 3 body**

**VÝCHOZÍ TABULKA K ÚLOZE 9**

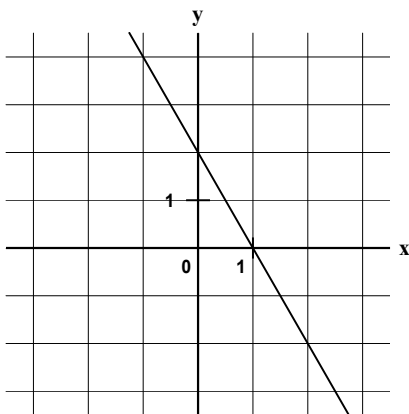
$x$	9	$3^6$	3	
$y = \log_3 x$	2			0

V tabulce doplňte chybějící hodnoty.

**Výsledek: 6; 1; 1, 1 bod**

**VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 16**

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je sestroyen graf lineární funkce  $f$ , jejíž definiční obor je  $\mathbf{R}$ .



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

16.1 Funkce  $f$  je konstantní

16.2 Jeden z průsečíků grafu funkce  $f$  se souřadnicovými osami je  $P[1; 0]$

16.3  $f(0) = 2$

16.4 Předpis funkce  $f$  je  $y = 2 - 2x$

**Výsledek: NE, ANO, ANO, ANO, max. 2 body**

Jaro 2013

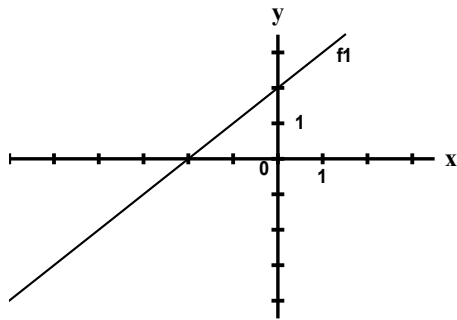
12 V oboru  $\mathbf{R}$  řešte:  $5^{x+4} = \frac{25}{5^x}$

Výsledek:  $K = \{-1\}$ , max. 2 body

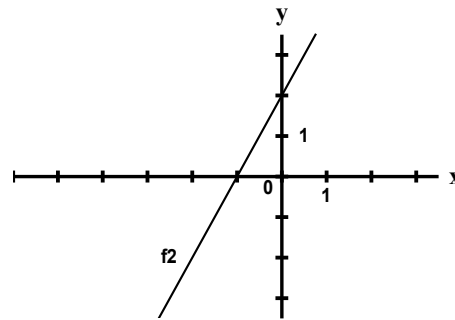
---

25 Přiřaďte ke každému grafu (25.1–25.4) odpovídající předpis funkce (A–F).

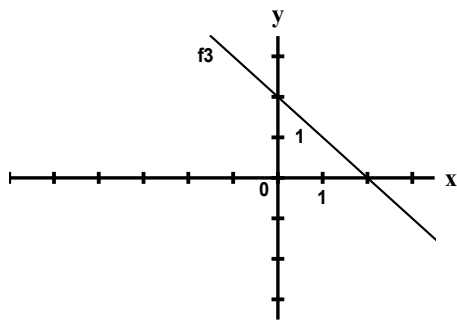
25.1



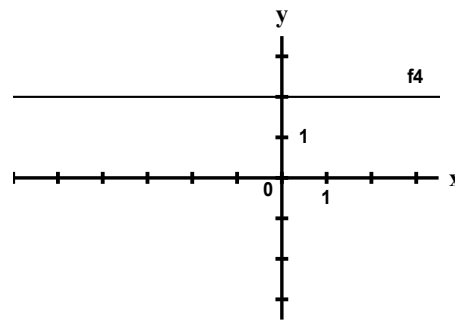
25.2



25.3



25.4



A)  $y = 2$  B)  $y = x + 2$  C)  $y = x - 2$  D)  $y = -x + 2$  E)  $y = 2x - 1$  F)  $y = 2x + 2$

Výsledek: B, F, D, A, max. 4 body

---

**Ilustrační 2013**

10 V oboru  $\mathbf{R}$  řešte rovnici:  $\log 5 = \log 4 - \log(5x)$

Výsledek:  $x = \frac{4}{25}$ , 1 bod

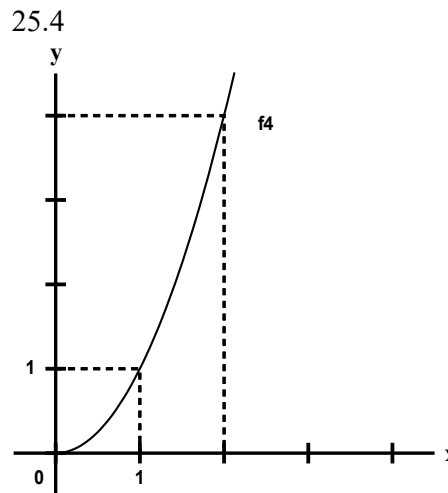
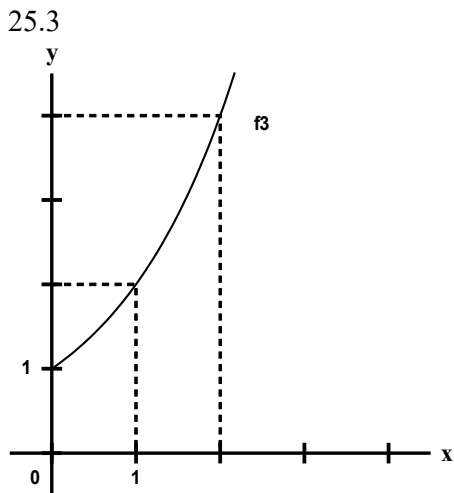
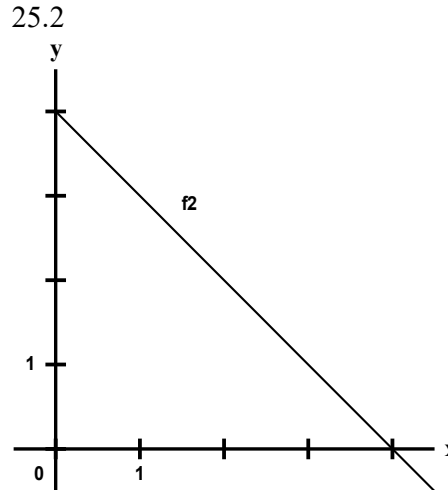
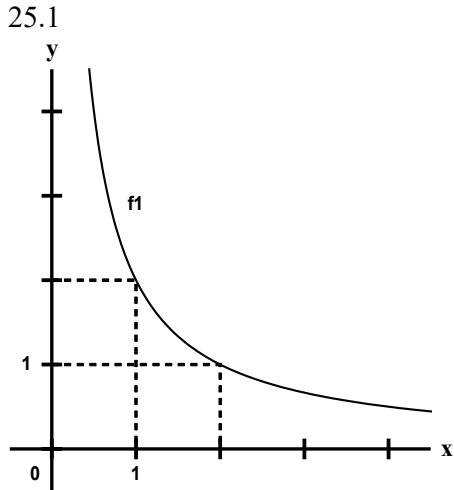
---

11 Dopočítejte chybějící souřadnici bodu  $M[x;16]$  grafu funkce  $f$  dané předpisem:  $f : y = 2^x$

Výsledek:  $x = 4$ , 1 bod

---

25 Přiřadte ke každému grafu funkce  $f_1$ – $f_4$  (25.1–25.4) pro  $x \in (0; \infty)$  odpovídající předpis funkce (A–F).



- A)  $y = 2^x$  B)  $y = -4x$  C)  $y = \log x$  D)  $y = \frac{2}{x}$  E)  $y = x^2$  F)  $y = 4 - x$

Výsledek: **D, F, A, E, max. 4 body**

---