

## Odmocniny, mocniny s racionálním exponentem

### Příklady

Upravte na co nejjednodušší tvar:

1)  $\sqrt{7x^5} \cdot \sqrt{7x^3} =$

2)  $\sqrt{5x^3} \cdot \sqrt{20x} =$

3)  $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{24a^5} =$

Upravte, výsledek uveďte ve tvaru mocniny s racionálním exponentem:

4)  $x^{\frac{5}{3}} \cdot x^{\frac{3}{5}}$

5)  $x^{\frac{5}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$

6)  $x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{x^3}$

7)  $\sqrt{x} \cdot x^{\frac{5}{3}}$

8)  $x^{-2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

9)  $x^{\frac{3}{4}} : x^{\frac{2}{5}}$

10)  $\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}$

11)  $\left(x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{3}}$

Upravte, výsledek uveďte ve tvaru mocniny s racionálním exponentem, pak převedte na odmocninu:

12)  $x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{4}}$

13)  $x^3 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}$

14)  $x^{\frac{1}{3}} : x^{\frac{2}{5}}$

15)  $\sqrt{x} : x^{\frac{2}{3}}$

16)  $(\sqrt{x})^{\frac{3}{4}}$

Pro všechna  $x \geq 0$  je možné následující výraz upravit na tvar  $x^n$ . Jaká je hodnota  $n$ ?

17)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3}$

18)  $x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

## Řešení

Upravte na co nejjednodušší tvar:

$$1) \quad \sqrt{7x^5} \cdot \sqrt{7x^3} = \sqrt{7x^5 \cdot 7x^3} = \sqrt{49x^8} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{x^8} = 7x^4$$

$$2) \quad \sqrt{5x^3} \cdot \sqrt{20x} = \sqrt{5x^3 \cdot 20x} = \sqrt{100x^4} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{x^4} = 10x^2$$

$$3) \quad \sqrt{2a} \cdot \sqrt{24a^5} = \sqrt{48a^6} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot a^6} = 4a^3 \sqrt{3}$$

Upravte, výsledek uveďte ve tvaru mocniny s racionálním exponentem:

$$4) \quad x^{\frac{5}{3}} \cdot x^{\frac{3}{5}} = x^{\frac{5}{3} + \frac{3}{5}} = x^{\frac{34}{15}}$$

$$5) \quad x^{\frac{5}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4}} = x^{\frac{49}{12}}$$

$$6) \quad x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{8}} \cdot \sqrt[2]{x^3} = x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{8}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{3}{4} + (-\frac{1}{8}) + \frac{3}{2}} = x^{\frac{17}{8}}$$

$$7) \quad \sqrt{x} \cdot x^{\frac{5}{3}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{3}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{5}{3}} = x^{\frac{13}{6}}$$

$$8) \quad x^{-2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{-2} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{-2 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}} = x^{-\frac{5}{6}}$$

$$9) \quad x^{\frac{3}{4}} : x^{-\frac{2}{5}} = x^{\frac{3}{4} - (-\frac{2}{5})} = x^{\frac{23}{20}}$$

$$10) \quad \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{1}{4}} = x^{\frac{3}{2} \cdot (-\frac{1}{4})} = x^{-\frac{3}{8}}$$

$$11) \quad \left(x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{1}{4} + \frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{13}{20}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{13}{20} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{13}{60}}$$

Upravte, výsledek uveďte ve tvaru mocniny s racionálním exponentem, pak převedte na odmocninu

$$12) \quad x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}} = x^{\frac{19}{12}} = \sqrt[12]{x^{19}}$$

$$13) \quad x^3 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} = x^3 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{23}{6}} = \sqrt[6]{x^{23}}$$

$$14) \quad x^{\frac{1}{3}} : x^{-\frac{2}{5}} = x^{\frac{1}{3} - (-\frac{2}{5})} = x^{\frac{11}{15}} = \sqrt[15]{x^{11}}$$

$$15) \quad \sqrt{x} : x^{-\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{2}} : x^{-\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{2} - (-\frac{2}{3})} = x^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{x^7}$$

$$16) \quad (\sqrt{x})^{\frac{3}{4}} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = x^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{x^3}$$

Pro všechna  $x \geq 0$  je možné následující výraz upravit na tvar  $x^n$ . Jaká je hodnota  $n$ ?

$$17) \quad \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}} = x^{\frac{23}{12}}, \quad n = \frac{23}{12}$$

$$18) \quad x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}} = x^{\frac{8}{3}}, \quad n = \frac{8}{3}$$