Algebraické výrazy

Podzim 2018

2 Je dán výraz:

$$\frac{2c+12}{2-c}\cdot(6-c)$$

Určete všechny hodnoty $c\in R$, pro které je hodnota výrazu rovna nule.

Řešení

$$\frac{2c+12}{2-c}\cdot(6-c)=0$$

$$\frac{(2c+12)\cdot(6-c)}{2-c}=0\ \ /\cdot(2-c)$$

$$(2c+12)\cdot(6-c)=0$$

$$2(c+6)(6-c)=0$$

$$c+6=0\quad\text{nebo}\quad 6-c=0$$

$$c=-6\qquad\text{nebo}\quad c=6$$

Ještě je potřeba dát pozor na to, že pro $c=2$ výraz nemá smysl.

Výsledek: Výraz je roven nule pro $c=-6;\ c=6$, 1 bod

---

4 Pro $a\in R$ je dán výraz:

$$\frac{a-a^{-1}}{a^0-a^2}$$

4.1 Výraz zjednodušte

4.2 Určete, pro která reálná čísla a má výraz smysl (tj. podmínky).

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení

4.1 $\frac{a-a^{-1}}{a^0-a^2}=\frac{a-\frac{1}{a}}{1-a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right):\left(1-a^2\right)=\frac{a^2-1}{a}:\frac{1-a^2}{1}=\frac{a^2-1}{a}\cdot\frac{1}{-1\cdot\left(-1+a^2\right)}=-\frac{1}{a}$

4.2

$$a\neq 0\qquad\text{a}\qquad 1-a^2\neq 0$$

$$(1-a)(1+a)\neq 0$$

$$a\neq 1;\ a\neq -1$$

Výsledek: 4.1 $-\frac{1}{a}$, 4.2 $a\neq -1;\ a\neq 0;\ a\neq 1$, max. 3 body

---

Jaro 2018

1 Odstraňte závorky a zjednodušte $(n\in N)$:

$$2\left(3-\frac{n}{2}-\frac{n}{2}\right)\left(3+\frac{n}{2}+\frac{n}{2}\right)=$$

Řešení

$$2\left(3-\frac{n}{2}-\frac{n}{2}\right)\left(3+\frac{n}{2}+\frac{n}{2}\right)=2\cdot\left(\frac{3}{1}-\frac{n}{2}-\frac{n}{2}\right)\left(\frac{3}{1}+\frac{n}{2}+\frac{n}{2}\right)=2\cdot\frac{6-n-n}{2}\cdot\frac{6+n+n}{2}=\frac{6-2n}{1}\cdot\frac{6+2n}{2}=$$

$$=\frac{(6-2n)(6+2n)}{2}=\frac{36-12n+12n-4n^2}{2}=\frac{36-4n^2}{2}=\frac{4\left(9-n^2\right)}{2}=2\left(9-n^2\right)=18-2n^2$$

Výsledek: $18-2n^2$, 1 bod

---

4 Pro $y \in R \setminus \{0;1;2\}$ **zjednodušte:**

$$\frac{y-1-\frac{1}{y-1}}{2y^2-4y}=$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení

$$\frac{y-1-\frac{1}{y-1}}{2y^2-4y}=\left(y-1-\frac{1}{y-1}\right):\frac{2y^2-4y}{1}=\left(\frac{y}{1}-\frac{1}{1}-\frac{1}{y-1}\right)\cdot\frac{1}{2y^2-4y}=\frac{y(y-1)-1(y-1)-1}{y-1}\cdot\frac{1}{2y^2-4y}=$$

$$=\frac{y^2-y-y+1-1}{y-1}\cdot\frac{1}{2y(y-2)}=\frac{y^2-2y}{y-1}\cdot\frac{1}{2y(y-2)}=\frac{y(y-2)}{y-1}\cdot\frac{1}{2y(y-2)}=\frac{1}{2(y-1)}$$

Výsledek: $\frac{1}{2(y-1)}$, 2 body

---

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), je-li pravdivé (A) pro všechna $a > b > 0$**, či nikoli (N).**

16.1 $(ab-2a)^2 = a^2(b-2)^2$ 16.2 $\sqrt{a^2-b^2}=a-b$ 16.3 $\frac{a^{50}}{a^{10}}=a^5$ 16.4 $a\cdot\sqrt{a}=\sqrt{a^3}$

Nejjednodušší je dosadit do levé i pravé strany libovolná čísla a porovnat výsledky. Matematicky korektnější je ale upravit levou stranu a porovnat s pravou stranou.

16.1 $(ab-2a)^2=\left[a(b-2)\right]^2=a^2(b-2)^2$ ANO

16.2 $\sqrt{a^2-b^2}$ vzorec pro odmocninu rozdílu neexistuje (zde je jednodušší dosadit) NE

16.3 $\frac{a^{50}}{a^{10}}=a^{50-10}=a^{40}$ při dělení mocnin se exponenty odečítají NE

16.4 $a\cdot\sqrt{a}=a\cdot a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{2}}$

$\sqrt{a^3}=a^{\frac{3}{2}}$ ANO

Výsledek: ANNA, max. 2 body
