

Příklady, 2. část

Zadání

$$1) \quad x + \frac{1}{x+1} = 1 + \frac{x}{x+1}$$

$$2) \quad (2x+3)(3x-4) - (5-4x)(5x+6) = 10$$

$$3) \quad \frac{1}{x+4} - \frac{4}{x-4} + \frac{x^2-20}{x^2-16} = 0$$

$$4) \quad \frac{4x-15}{6x-13} - \frac{2x+12}{5x-12} = 8$$

$$5) \quad \frac{-12}{2x-3} = 4 - \frac{6x^2+14}{10x-15}$$

$$6) \quad \frac{5}{14-4x} - \frac{2x^2-5}{7-2x} = -\frac{8}{3} - \frac{5x+1}{21-6x}$$

$$7) \quad \frac{x^2-5x+11}{x^2-7x+17} - \frac{5}{7} = 0$$

$$8) \quad \frac{3}{x-5} - \frac{3-2x}{x^2-25} = -2$$

Řešení

1)

$$x + \frac{1}{x+1} = 1 + \frac{x}{x+1} \quad / \cdot (x+1)$$

$$x(x+1) + 1 = x+1 + x$$

$$x^2 + x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{nebo} \quad x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

Podmínky: $x \neq -1$

Řešení: $x_1 = 0; x_2 = 1$

2)

$$(2x+3)(3x-4) - (5-4x)(5x+6) = 10$$

$$6x^2 - 8x + 9x - 12 - (25x + 30 - 20x^2 - 24x) = 10$$

$$6x^2 + x - 12 - 25x - 30 + 20x^2 + 24x = 10$$

$$26x^2 - 52 = 0$$

$$26x^2 = 52 \quad / : 26$$

$$x^2 = 2$$

$$x_1 = \sqrt{2} \quad x_2 = -\sqrt{2}$$

Řešení: $x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}$

3)

$$\frac{1}{x+4} - \frac{4}{x-4} + \frac{x^2-20}{x^2-16} = 0 \quad / \cdot (x+4)(x-4)$$

$$x-4-4(x+4)+x^2-20=0$$

$$x-4-4x-16+x^2-20=0$$

$$x^2-3x-40=0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) = 169$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 8$$

$$x_2 = -5$$

Podmínky: $x \neq \pm 4$

Řešení: $x_1 = 8; x_2 = -5$

4)

$$\frac{4x-15}{6x-13} - \frac{2x+12}{5x-12} = 8 \quad / \cdot (6x-13)(5x-12)$$

$$(4x-15)(5x-12) - (2x+12)(6x-13) = 8 \cdot (6x-13)(5x-12)$$

$$20x^2 - 48x - 75x + 180 - (12x^2 - 26x + 72x - 156) = 8(30x^2 - 72x - 65x + 156)$$

$$20x^2 - 48x - 75x + 180 - 12x^2 + 26x - 72x + 156 = 240x^2 - 576x - 520x + 1248$$

$$-232x^2 + 927x - 912 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 927^2 - 4 \cdot (-232) \cdot (-912) = 12993$$

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-927 \pm \sqrt{12993}}{2 \cdot (-232)}$$

$$x_1 \doteq 1,75$$

$$x_2 \doteq 2,24$$

Podmínky: $x \neq \frac{13}{6}; x \neq \frac{12}{5}$

Řešení: $x_1 \doteq 1,75; x_2 \doteq 2,24$

5)

$$\frac{-12}{2x-3} = 4 - \frac{6x^2+14}{10x-15}$$

$$\frac{-12}{2x-3} = 4 - \frac{6x^2+14}{5(2x-3)} \quad / \cdot 5(2x-3)$$

$$-60 = 20(2x-3) - 1(6x^2+14)$$

$$-60 = 40x - 60 - 6x^2 - 14$$

$$6x^2 - 40x + 14 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-40)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 14 = 1264$$

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-40) \pm \sqrt{1264}}{2 \cdot 6}$$

$$x_1 \doteq 6,30$$

$$x_2 \doteq 0,37$$

Podmínky: $x \neq \frac{3}{2}$

Řešení: $x_1 \doteq 6,30; x_2 \doteq 0,37$

6)

$$\frac{5}{14-4x} - \frac{2x^2-5}{7-2x} = -\frac{8}{3} - \frac{5x+1}{21-6x}$$

$$\frac{5}{2(7-2x)} - \frac{2x^2-5}{7-2x} = -\frac{8}{3} - \frac{5x+1}{3(7-2x)} \quad / \cdot 6(7-2x)$$

$$15 - 6(2x^2 - 5) = -16(7 - 2x) - 2(5x + 1)$$

$$15 - 12x^2 + 30 = -112 + 32x - 10x - 2$$

$$-12x^2 - 22x + 159 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-22)^2 - 4 \cdot (-12) \cdot 159 = 8116$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-22) \pm \sqrt{8116}}{2 \cdot (-12)}$$

$$x_1 \doteq -4,67$$

$$x_2 \doteq 2,84$$

Podmínky: $x \neq \frac{7}{2}$

Řešení: $x_1 \doteq -4,67; x_2 \doteq 2,84$

7)

$$\frac{x^2 - 5x + 11}{x^2 - 7x + 17} - \frac{5}{7} = 0 \quad / \cdot 7 \cdot (x^2 - 7x + 17)$$

$$7 \cdot (x^2 - 5x + 11) - 5(x^2 - 7x + 17) = 0$$

$$7x^2 - 35x + 77 - 5x^2 + 35x - 85 = 0$$

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

Podmínky: po dosazení obě čísla vyhovují.

Řešení: $x_1 = 2; x_2 = -2$

8)

$$\frac{3}{x-5} - \frac{3-2x}{x^2-25} = -2$$

$$\frac{3}{x-5} - \frac{3-2x}{(x+5)(x-5)} = -2 \quad / \cdot (x+5)(x-5)$$

$$3(x+5) - 1 \cdot (3-2x) = -2(x+5)(x-5)$$

$$3x+15-3+2x = -2(x^2-25)$$

$$3x+15-3+2x = -2x^2+50$$

$$2x^2+5x-38=0$$

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-38) = 329$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{329}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 \doteq 3,28$$

$$x_2 \doteq -5,78$$

Podmínky: $x \neq \pm 5$

Řešení: $x_1 \doteq 3,28; x_2 \doteq -5,78$