

Kvadratické rovnice

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

Například

$$2x^2 - 3x + 5 = 0 \quad a = 2; b = -3; c = 5$$

$$-4x^2 + 3x = 0 \quad a = -4; b = 3; c = 0$$

$$5x^2 - 6 = 0 \quad a = 5; b = 0; c = -6$$

$$9x^2 = 0 \quad a = 9; b = 0; c = 0$$

Řešení kvadratické rovnice pomocí vzorce

Tento postup lze použít vždy.

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{diskriminant kvadratické rovnice}$$

$$D > 0 \quad \text{rovnice má dvě řešení}$$

$$D = 0 \quad \text{rovnice má jedno řešení}$$

$$D < 0 \quad \text{rovnice nemá řešení}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Vzorový příklad

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$a = 3; b = 5; c = -2$$

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = -2$$

$$x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = -2$$

Rychlejší metody řešení neúplných kvadratických rovnic

Kvadratická rovnice bez absolutního členu

$$ax^2 + bx = 0 \quad a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0$$

Kvadratická rovnice bez absolutního členu má vždy dvě řešení, z nichž jedno je vždy rovno nule.

Vzorový příklad

$2x^2 - 5x = 0$ – u tohoto typu rovnice můžeme vždy vytknout x (na pravé straně musí být nula):

$x \cdot (2x - 5) = 0$ – součin je roven nule, jestliže první činitel je nula nebo druhý činitel je nula:

$$x = 0 \quad \text{nebo} \quad 2x - 5 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{nebo} \quad x_2 = \frac{5}{2}$$

Řešení rovnice je $x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{2}$

Ryze kvadratická rovnice

$$ax^2 + c = 0 \quad a, c \in \mathbb{R}; a \neq 0; c \neq 0$$

Nejprve osamostatníme výraz x^2 . Pokud na pravé straně bude kladné číslo, tak rovnice má dvě řešení (čísla opačná). Pokud na pravé straně bude záporné číslo, tak rovnice nemá řešení.

Vzorový příklad 1

$$4x^2 - 49 = 0$$

$$4x^2 = 49 \quad / : 4$$

$$x^2 = \frac{49}{4}$$

$$x_1 = +\sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$x_1 = \frac{7}{2}$$

$$x_2 = -\sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$x_2 = -\frac{7}{2}$$

Řešení rovnice je: $x_1 = \frac{7}{2}$, $x_2 = -\frac{7}{2}$

Vzorový příklad 2

$$4x^2 + 49 = 0$$

$$4x^2 = -49 \quad / : 4$$

$$x^2 = -\frac{49}{4}$$

$$P = \emptyset$$

Rovnice nemá řešení, protože druhá odmocnina ze záporného čísla neexistuje.