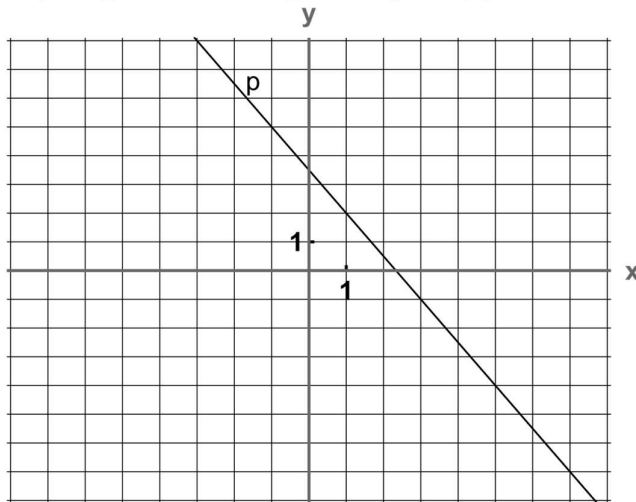


Parametrické vyjádření přímky

Zadání

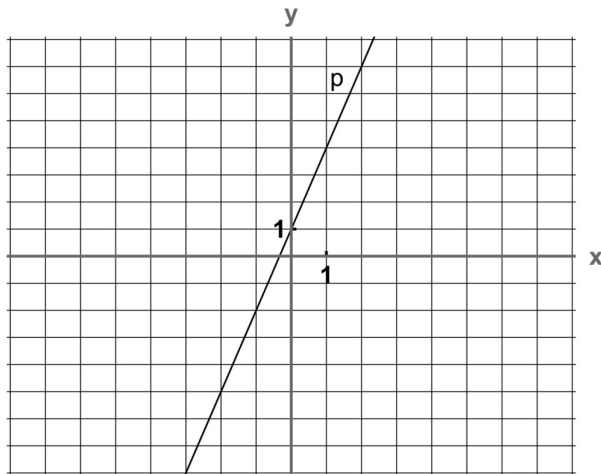
- 1) Napište parametrické vyjádření přímky určené bodem $A = [3, -8]$ a vektorem $\vec{u} = (-3; 5)$.
- 2) Určete, zda bod $A = [-1; 2]$ leží na přímce p zadané parametricky: $p: x = -3 + 2t; y = 5 - 4t; t \in R$.
- 3) Určete, zda bod $B = [1; -3]$ leží na přímce p zadané parametricky: $p: x = -3 + 2t; y = 5 - 4t; t \in R$.
- 4) Body $P[5; y], Q[x; -7]$ leží na přímce $r: x = 7 + 4t; y = 5 - 4t; t \in R$. Určete chybějící souřadnice obou bodů.
- 5) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t; y = 3 - t; t \in R$. Určete, který z následujících vektorů je směrovým vektorem přímky p :
 $\vec{a} = (1; 3), \vec{b} = (-3; 1), \vec{c} = (4; -2), \vec{d} = (1; -2)$
- 6) Napište parametrické vyjádření přímky procházející body $K = [5; -2], L = [-7; 9]$.
- 7) Napište parametrické vyjádření přímky p , která prochází bodem $L = [-7; 5]$ a je rovnoběžná s přímkou $q: x = 8 - 2t; y = -3 + 5t; t \in R$.
- 8) Napište parametrické vyjádření přímky p , která prochází bodem $R = [2, -7]$ a je kolmá na přímkou $q: x = 4 + 3t; y = 7 - 5t; t \in R$.
- 9) Je dán $\triangle ABC: A = [-3, 8], B = [5, -4], C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží strana b .
- 10) Je dán $\triangle ABC: A = [-3, 8], B = [5, -4], C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží těžnice t_c .
- 11) Je dán $\triangle ABC: A = [-3, 8], B = [5, -4], C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží výška v_a .
- 12) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi $p: x = 3t; y = 4 - 2t; t \in R$. Určete obě souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou x .
- 13) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t; y = 3 - t; t \in R$. Určete souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou y .
- 14) Napište parametrické vyjádření přímky p zobrazené v grafu.



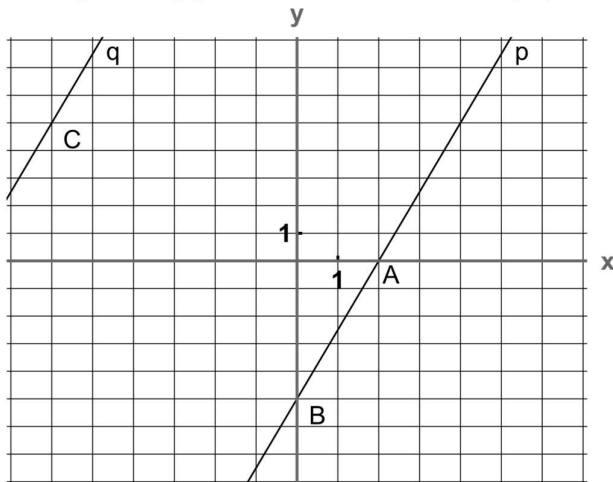
- 15) V parametrickém vyjádření přímky p znázorněná na grafu doplňte pravou stranu první rovnice.

$$p: x =$$

$$y = -2 - 6t; t \in R$$



- 16) V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny rovnoběžné přímky p, q . Přímka p prochází body A, B , přímka q prochází bodem C , všechny tyto body jsou mřížové body.



Zapište obě souřadnice průsečíku D přímky q se souřadnicovou osou y .

- 17) Body $K = [3; y]$, $L = [x; 8]$ leží na přímce p , pro kterou platí: $p: x = 3 - 5t; y = -4 - 12t; t \in R$. Určete délku úsečky KL ?

Řešení

1) Napište parametrické vyjádření přímky určené bodem $A = [3, -8]$ a vektorem $\vec{u} = (-3; 5)$.

Postup

Dosadíme dané hodnoty do rovnic:

$$x = a_1 + t \cdot u_1$$

$$y = a_2 + t \cdot u_2, \quad t \in R$$

Parametrické vyjádření dané přímky je $x = 3 - 3t; y = -8 + 5t; t \in R$.

2) Určete, zda bod $A = [-1; 2]$ leží na přímce p zadané parametricky: $p: x = -3 + 2t; y = 5 - 4t; t \in R$.

Postup

Do obou parametrických rovnic dosadíme za x a y souřadnice daného bodu a vypočítáme parametr t . Pokud je parametr t v obou případech stejný, tak bod leží na přímce, pokud je t vyjádřené z jedné rovnice jiné než z druhé, tak neleží.

$$x = -3 + 2t \qquad y = 5 - 4t$$

$$-1 = -3 + 2t \qquad 2 = 5 - 4t$$

$$t = 1 \qquad t = \frac{3}{2}$$

Parametr t není stejný, bod A na přímce neleží.

3) Určete, zda bod $B = [1; -3]$ leží na přímce p zadané parametricky: $p: x = -3 + 2t; y = 5 - 4t; t \in R$.

Postup

$$x = -3 + 2t \qquad y = 5 - 4t$$

$$1 = -3 + 2t \qquad -3 = 5 - 4t$$

$$t = 2 \qquad t = 2$$

Parametr t je stejný, bod B na přímce leží.

4) Body $P[5; y], Q[x; -7]$ leží na přímce $r: x = 7 + 4t; y = 5 - 4t; t \in R$. Určete chybějící souřadnice obou bodů.

Postup

Danou souřadnici dosadíme do příslušné rovnice (pro x nebo pro y , podle toho, co známe) a vypočítáme t . Tuto hodnotu parametru t pak dosadíme do druhé rovnice a vypočítáme chybějící souřadnici.

Bod P

$$5 = 7 + 4t$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$y = 5 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$$

$$P = [5; 7]$$

Bod Q

$$-7 = 5 - 4t$$

$$t = 3$$

$$x = 7 + 4 \cdot 3 = 19$$

$$Q = [19; -7]$$

Chybějící souřadnice obou bodů jsou $y = 7, x = 19$.

- 5) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t; y = 3 - t; t \in R$. Určete, který z následujících vektorů je směrovým vektorem přímky p :
 $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-3; 1)$, $\vec{c} = (4; -2)$, $\vec{d} = (1; -2)$

Postup

Souřadnice směrového vektoru jsou určeny koeficientem před parametrem t :

$$\begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 1t \end{array} \quad \vec{u}$$

V našem případě $\vec{u} = (2; -1)$, ale může to být i libovolný násobek tohoto vektoru. Proto směrovým vektorem přímky je i vektor $\vec{c} = (4; -2)$.

-
- 6) Napište parametrické vyjádření přímky procházející body $K = [5; -2]$, $L = [-7; 9]$.

Postup

Pro zápis parametrického vyjádření přímky potřebujeme znát souřadnice jednoho bodu, který leží na přímce. Zde známe dva body, můžeme použít K nebo L .

Dále potřebujeme směrový vektor přímky. Protože oba body K i L leží na přímce, tak vektor $\vec{KL}$ je směrový vektor přímky. $\vec{u} = \vec{KL} = L - K = (-12; 11)$.

Výsledky

s použitím bodu K :

$$x = 5 - 12t$$

$$y = -2 + 11t$$

s použitím bodu L :

$$x = -7 - 12t$$

$$y = 9 + 11t$$

Úloha má tedy dvě správná řešení, stačí samozřejmě uvést pouze jedno.

Další dvě správná řešení by vznikla, pokud bychom jako směrový vektor použili místo vektoru $\vec{KL}$ vektor $\vec{LK}$.

-
- 7) Napište parametrické vyjádření přímky p , která prochází bodem $L = [-7; 5]$ a je rovnoběžná s přímkou $q: x = 8 - 2t; y = -3 + 5t; t \in R$.

Postup

Jestliže jsou přímky rovnoběžné, tak mají stejný směrový vektor.

Výsledek: $x = -7 - 2t; y = 5 + 5t; t \in R$

-
- 8) Napište parametrické vyjádření přímky p , která prochází bodem $R = [2; -7]$ a je kolmá na přímkou $q: x = 4 + 3t; y = 7 - 5t; t \in R$.

Postup

Pokud jsou přímky kolmé, tak jsou kolmé i jejich směrové vektory.

Směrový vektor přímky $q: (3; -5)$

Směrový vektor přímky $p: (5; 3)$ - použili jsme pravidlo, jak určit vektor kolmý k danému vektoru.

$$p: x = 2 + 5t; y = -7 + 3t; t \in R$$

-
- 9) Je dán $\triangle ABC$: $A = [-3; 8]$, $B = [5; -4]$, $C = [8; 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží strana b .

Postup

Směrový vektor strany b je $\vec{b} = \vec{AC} = C - A = (11; 4)$, strana b prochází bodem A (i C).

Parametrické vyjádření přímky, na níž leží strana b je $x = -3 + 11t; y = 8 + 4t; t \in R$.

- 10) Je dán $\triangle ABC$: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží těžnice t_c .

Postup

Těžnice t_c je spojnice vrcholu C se středem protější strany c . Nejprve určíme střed strany c :

$$S = \frac{A+B}{2} : x = \frac{-3+5}{2} = 1$$
$$y = \frac{8+(-4)}{2} = 2$$

$$S = [1; 2]$$

Dále určíme směrový vektor těžnice:

$$\vec{u} = \vec{SC} = C - S = (7; 10).$$

Parametrické vyjádření přímky, na níž leží těžnice t_c je $x = 8 + 7t$; $y = 12 + 10t$; $t \in R$

- 11) Je dán $\triangle ABC$: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží výška v_a .

Postup

Přímka, na níž leží výška v_a , prochází vrcholem A kolmo na stranu BC . Nejprve určíme směrový vektor strany BC : $\vec{u} = \vec{BC} = C - B = (3; 16)$. Směrový vektor přímky, na níž leží výška v_a , bude na něho kolmý $\Rightarrow (16; -3)$.

Parametrické vyjádření přímky, na níž leží výška v_a je $x = -3 + 16t$; $y = 8 - 3t$; $t \in R$.

- 12) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi $p : x = 3t$; $y = 4 - 2t$; $t \in R$. Určete obě souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou x .

Postup

Každý průsečík přímky s osou x má souřadnice $[x; 0]$. Proto $P = [x; 0]$, hledáme chybějící souřadnici x :

$$y = 4 - 2t$$

$$0 = 4 - 2t$$

$$t = 2$$

$$x = 3 \cdot 2 = 6$$

Průsečík přímky s osou x má souřadnice $P = [6; 0]$.

- 13) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p : x = 1 + 2t$; $y = 3 - t$; $t \in R$. Určete souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou y .

Postup

Každý průsečík přímky s osou y má souřadnice $[0; y]$. Proto $P = [0; y]$, hledáme chybějící souřadnici y :

$$x = 1 + 2t$$

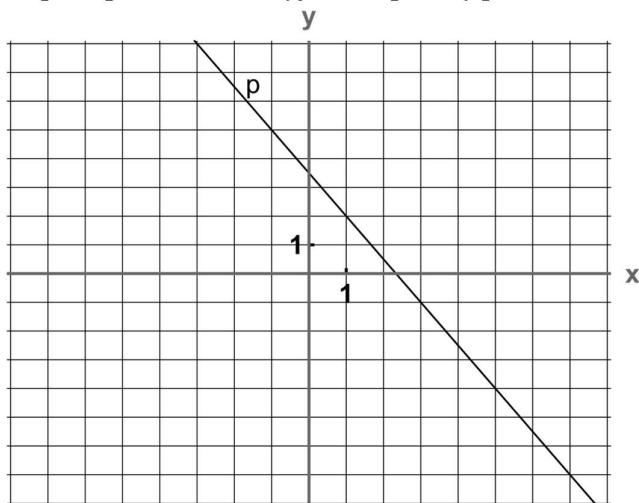
$$0 = 1 + 2t$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$y = 3 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$$

Průsečík přímky s osou y má souřadnice $P = \left[0; \frac{7}{2}\right]$.

14) Napište parametrické vyjádření přímky p zobrazené v grafu.



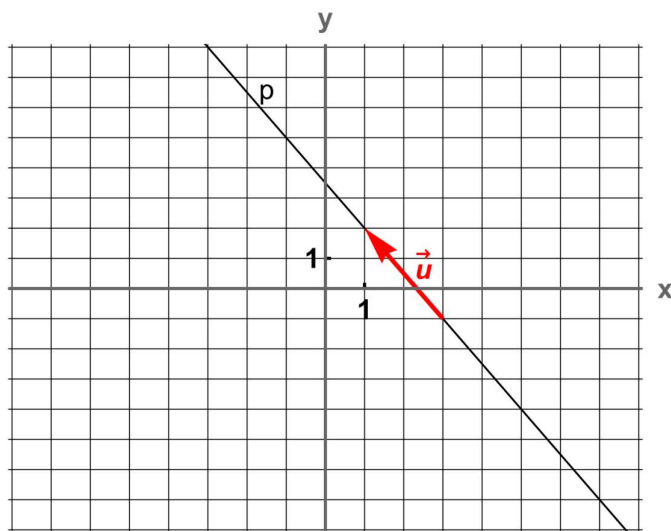
Postup

Pro parametrické vyjádření přímky potřebujeme znát bod, kterým přímka prochází a směrový vektor přímky. Obojí vyčteme z grafu.

Mřížových bodů, kterými přímka prochází a jsou viditelné na grafu je několik:

$[-3; 8]$, $[-1; 5]$, $[1; 2]$, $[3; -1]$ a další, můžeme použít jakýkoliv z nich.

Směrový vektor vyčteme také z grafu: $\vec{u} = (-2; 3)$, směrovým vektorem ale také může být libovolný násobek, např.: $(2; -3)$, $(-4; 6)$, $(4; -6)$ a další.



Úloha tak má nekonečně mnoho řešení, např.

$$x = 1 - 2t; y = 2 + 3t; t \in \mathbb{R}$$

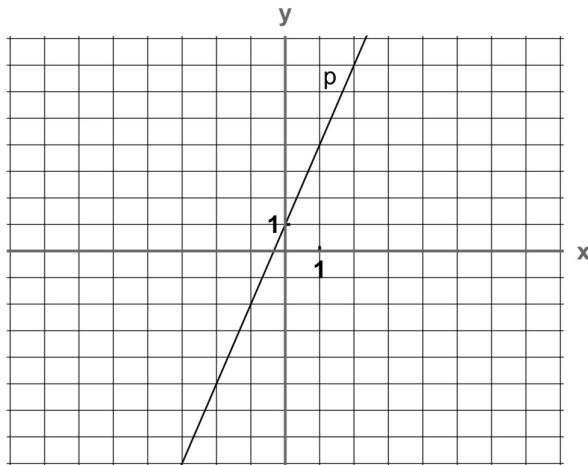
$$x = 3 + 2t; y = -1 - 3t; t \in \mathbb{R}$$

A další.

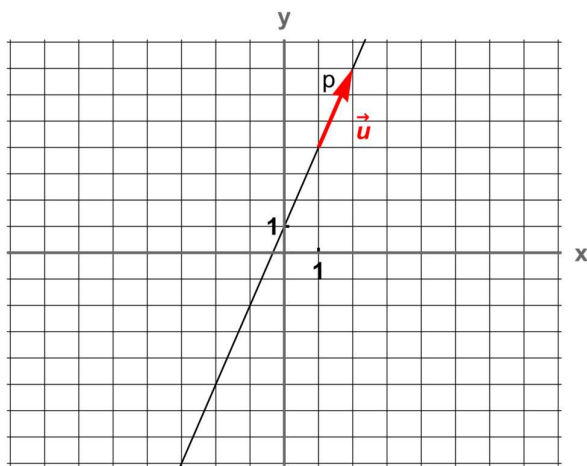
- 15) V parametrickém vyjádření přímky p znázorněná na grafu doplňte pravou stranu první rovnice.

$$p: x =$$

$$y = -2 - 6t; t \in \mathbb{R}$$



Postup



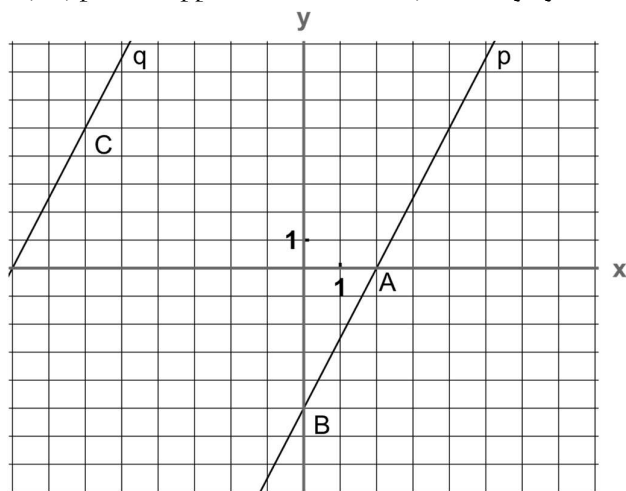
Přímka prochází body $[-3; -8]$, $[-2; -5]$, $[-1; -2]$, $[0; 1]$, $[1; 4]$, $[2; 7]$

Směrové vektory mohou být $(1; 3)$, $(-1; -3)$, $(2; 6)$, $(-2; -6)$ atd.

Druhá rovnice $y = -2 - 6t$ nám říká, že byl použit bod, jehož y-ová souřadnice je -2 a vektor, jehož druhá souřadnice je -6 , tedy $A = [-1; -2]$, $\vec{u} = (-2; -6)$.

Výsledek: $x = -1 - 2t$

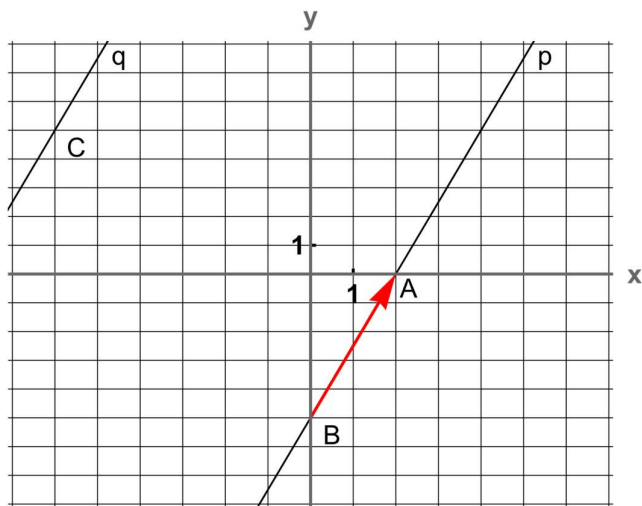
- 16) V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny rovnoběžné přímky p, q. Přímka p prochází body A, B, přímka q prochází bodem C, všechny tyto body jsou mřížové body.



Zapište obě souřadnice průsečíku D přímky q se souřadnicovou osou y.

Postup

Protože jsou obě přímky rovnoběžné, tak mají stejný směrový vektor, určíme jej z přímky p: $\vec{u} = (2; 5)$



Přímka q prochází bodem $C = [-6; 5]$, proto její parametrické vyjádření je:

$$x = -6 + 2t$$

$$y = 5 + 5t$$

Každý průsečík přímky s osou y má souřadnice $[0; y]$. Proto $D = [0; y]$, hledáme chybějící souřadnici y:

$$x = -6 + 2t$$

$$0 = -6 + 2t$$

$$t = 3$$

$$y = 5 + 5 \cdot 3 = 20$$

Průsečík přímky q s osou y má souřadnice $D = [0; 20]$.

- 17) Body $K = [3; y]$, $L = [x; 8]$ leží na přímce p , pro kterou platí: $p: x = 3 - 5t; y = -4 - 12t; t \in R$. Určete délku úsečky KL ?

Postup

Danou souřadnici dosadíme do příslušné rovnice (pro x nebo pro y , podle toho, co známe) a vypočítáme t . Tuto hodnotu parametru t pak dosadíme do druhé rovnice a vypočítáme chybějící souřadnici.

Bod K

$$3 = 3 - 5t$$

$$t = 0$$

$$y = -4 - 12 \cdot 0 = -4$$

$$K = [3; -4]$$

Bod L

$$8 = -4 - 12t$$

$$t = -1$$

$$x = 3 - 5 \cdot (-1) = 8$$

$$L = [8; 8]$$

$$|KL| = \sqrt{(3 - 8)^2 + (-4 - 8)^2} = 13$$

Délka úsečky KL je 13.
