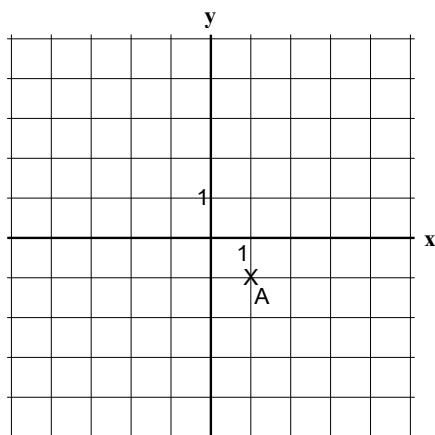
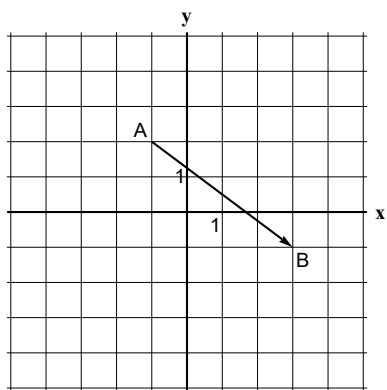


Příklady na vektory, 1. část

- 1) Jsou dány body $K = [8, 3]$, $L = [-5, 4]$. Určete souřadnice vektoru $\vec{u} = \overrightarrow{KL}$ a vektoru $\vec{v} = \overrightarrow{LK}$.
- 2) Umístěte vektor $\vec{u} = (-2, 5)$ do bodu $A = [-3, 8]$, tj. určete souřadnice bodu B tak, aby orientovaná úsečka $\overrightarrow{AB}$ byla umístěním vektoru $\vec{u}$.
- 3) Orientovaná úsečka s počátečním bodem $P = [4; -1]$ je umístěním vektoru $\vec{v} = (2; -7)$. Určete souřadnice koncového bodu Q orientované úsečky.
- 4) V rovině je umístěn bod A . Dále platí $\overrightarrow{AB} = \vec{v} = (-3; 4)$.

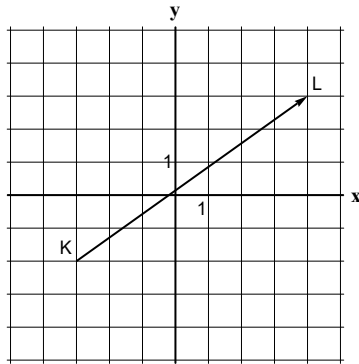


1. Zakreslete vektor $\vec{v}$.
 2. Popište souřadnicemi koncový bod $B[x; y]$ orientované úsečky $\overrightarrow{AB}$.
- 5) V rovině je umístěn vektor $\overrightarrow{AB} = (4; -3)$.



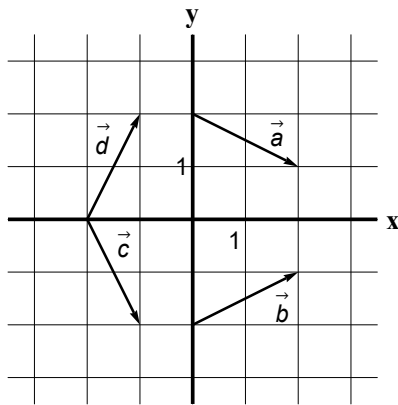
1. Určete velikost vektoru $\overrightarrow{AB}$.
2. Doplňte souřadnice libovolného vektoru $\vec{n} = (x; y)$, který je k vektoru $\overrightarrow{AB}$ kolmý a má dvojnásobnou velikost.

- 6) V rovině je umístěn vektor $\vec{KL}$.



1. Určete souřadnice vektoru $\vec{KL}$
2. Určete velikost vektoru $\vec{KL}$
3. Určete souřadnice vektoru, který je kolmý k vektoru $\vec{KL}$ a má poloviční velikost.

- 7) Výchozí obrázek k úloze:



Který ze zobrazených vektorů má souřadnice $(2; -1)$?

- 8) Určete úhel vektorů $\vec{u} = (-2; 5)$, $\vec{v} = (3; -2)$.
- 9) V rovině je dán trojúhelník ABC , kde $A = [12; 8]$, $B = [-3; -6]$, $C = [-8; 2]$. Určete velikost úhlu β .

Řešení

1)

$$\vec{u} = \overrightarrow{KL} = L - K : u_1 = -5 - 8 = -13$$
$$u_2 = 4 - 3 = 1$$

$$\vec{u} = (-13; 1)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{LK} = K - L : v_1 = 8 - (-5) = 13$$
$$v_2 = 3 - 4 = -1$$

$$\vec{v} = (13; -1)$$

2)

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = B - A$$

$$B = \vec{u} + A : x = -2 + (-3) = -5$$
$$y = 5 + 8 = 13$$

$$B = [-5; 13]$$

3)

$$\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = Q - P$$

$$Q = \vec{v} + P : x = 2 + 4 = 6$$
$$y = -7 + (-1) = -8$$

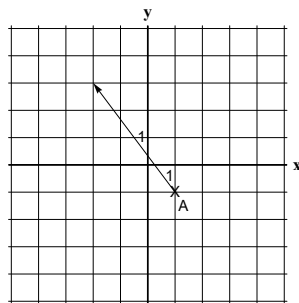
$$Q = [6; -8]$$

4)

Souřadnice počátečního bodu A odečteme z grafu: $A = [1; -1]$.

Souřadnice koncového bodu B určíme pomocí významu souřadnic vektoru: o 3 doleva a o 4 nahoru. Koncový bod B má souřadnice $B = [-2; 3]$.

Nyní můžeme zakreslit vektor $\vec{v}$:



5)

$$1. |\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$$

Velikost vektoru $\vec{AB}$ je 5.

2. Kolmý vektor k vektoru $\vec{AB} = (4; -3)$ je vektor $(3; 4)$, ten má ale stejnou velikost. Vektor s dvojnásobnou velikostí má souřadnice $\vec{n} = 2 \cdot (3; 4) = (6; 8)$.

Hledaný vektor $\vec{n}$ má souřadnice $\vec{n} = (6; 8)$, druhým řešením je vektor $-\vec{n} = (-6; -8)$.

6)

1. Souřadnice vektoru určíme pomocí jejich významu: o 7 doprava a o 5 nahoru.

Vektor $\vec{KL}$ má souřadnice $\vec{v} = (7; 5)$

$$2. |\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74}$$

Vektor $\vec{KL}$ má velikost $\sqrt{74}$.

3. Kolmý vektor k vektoru $KL = (7; 5)$ je vektor $(-5; 7)$, ten má ale stejnou velikost. Vektor s poloviční velikostí má souřadnice $\vec{n} = \frac{1}{2} \cdot (-5; 7) = \left(-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Hledaný vektor $\vec{n}$ má souřadnice $\vec{n} = \left(-\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$, druhým řešením je vektor $-\vec{n} = \left(\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right)$.

7)

Souřadnice vektoru $(2; -1)$ udávají, že z počátečního bodu do koncového půjdeme o 2 doprava a o 1 dolů. Toto splňuje pouze vektor $\vec{a}$.

8)

$$\vec{u} = (-2; 5), \vec{v} = (3; -2)$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{(-2) \cdot 3 + 5 \cdot (-2)}{\sqrt{(-2)^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2}} = -0,8240$$

$$\varphi = 145,49^\circ$$

9)

$$A = [12; 8], B = [-3; -6], C = [-8; 2]$$

Velikost úhlů v trojúhelníku můžeme počítat pomocí vzorce pro úhel vektorů, počáteční bod obou vektorů ale musí být vrchol trojúhelníku, který přísluší úhlu, který počítáme. Pro úhel β to je vrchol B . Proto

$$\vec{u} = \overrightarrow{BA} = A - B = (15; 14)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{BC} = C - B = (-5; 8)$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{15 \cdot (-5) + 14 \cdot 8}{\sqrt{15^2 + 14^2} \cdot \sqrt{(-5)^2 + 8^2}} = 0,1911$$

$$\varphi = 78,98^\circ$$