

## Soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

### Zadání

1)

$$3x + 2y = 8$$

$$5x - 2y = 24$$

2)

$$2u - 3v = 4$$

$$4u + v = 3$$

3)

$$2x - 4y = 5$$

$$3x - 5y = -3$$

4)

$$\frac{x}{3} + \frac{3y}{2} = -2$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -3$$

5)

$$2u - 5v = 0$$

$$4u + 3v = 12$$

6)

$$y = 3x + 7$$

$$y = -3x + 2$$

7)

$$(x+4)(y-2) = (x-5)(y+4)$$

$$(x+6)(y-1) = (x-1)(y+2)$$

8)

$$\frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5}$$

$$\frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y - x$$

9)

$$\frac{2x-y+3}{3} - \frac{x-2y+3}{6} = 4$$

$$\frac{3x-4y+3}{4} - \frac{4x-2y-9}{12} = 4$$

10)

$$(x-2)(2y+1) - (2x+3)(y+4) = 1$$

$$(3x+2)(y+2) - (x+1)(3y-2) = -4$$

11)

$$7x + 3y = 100$$

$$14x + 6y = 200$$

12)

$$-5x + 4y = 7$$

$$10x - 8y = 9$$

## Řešení

1)

Neznámá  $x$  metodou sčítací,  $y$  metodou dosazovací

$$3x + 2y = 8$$

$$\underline{5x - 2y = 24}$$

$$8x = 32$$

$$x = 4$$

dosazení  $x = 4$  do první rovnice:

$$3 \cdot 4 + 2y = 8$$

$$2y = 8 - 12$$

$$y = -2$$

**Řešení:**  $x = 4$ ;  $y = -2$

2)

Obě neznámé metodou dosazovací

$$2u - 3v = 4$$

$$\underline{4u + v = 3} \quad \Rightarrow v = 3 - 4u$$

$$2u - 3(3 - 4u) = 4$$

$$2u - 9 + 12u = 4$$

$$14u = 13$$

$$u = \frac{13}{14}$$

$$v = 3 - 4 \cdot \left(\frac{13}{14}\right) = -\frac{5}{7}$$

**Řešení:**  $u = \frac{13}{14}$ ;  $v = -\frac{5}{7}$

3)

Obě neznámé metodou sčítací

$$2x - 4y = 5 \quad / \cdot 5$$

$$2x - 4y = 5 \quad / \cdot 3$$

$$\underline{3x - 5y = -3} \quad / \cdot (-4)$$

$$\underline{3x - 5y = -3} \quad / \cdot (-2)$$

$$10x - 20y = 25$$

$$6x - 12y = 15$$

$$\underline{-12x + 20y = 12}$$

$$\underline{-6x + 10y = 6}$$

$$-2x = 37 \quad / : (-2)$$

$$-2y = 21 \quad / : (-2)$$

$$x = -\frac{37}{2}$$

$$y = -\frac{21}{2}$$

**Řešení:**  $x = -\frac{37}{2}$ ;  $y = -\frac{21}{2}$

4)

Neznámá  $x$  metodou sčítací,  $y$  metodou dosazovací

$$\frac{x}{3} + \frac{3y}{2} = -2 \quad / \cdot 6$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -3 \quad / \cdot 6$$

$$2x + 9y = -12 \quad / \cdot 2$$

$$3x + 2y = -18 \quad / \cdot (-9)$$

$$4x + 18y = -24$$

$$-27x - 18y = 162$$

$$-23x = 138 \quad / : (-23)$$

$$x = -6$$

$$2 \cdot (-6) + 9y = -12$$

$$-12 + 9y = -12$$

$$y = 0$$

**Řešení:**  $x = -6$ ;  $y = 0$

5)

Obě neznámé metodou sčítací

$$2u - 5v = 0 \quad / \cdot 3 \quad 2u - 5v = 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$4u + 3v = 12 \quad / \cdot 5 \quad 4u + 3v = 12$$

$$6u - 15v = 0 \quad -4u + 10v = 0$$

$$20u + 15v = 60 \quad 4u + 3v = 12$$

$$26u = 60 \quad 13v = 12$$

$$u = \frac{30}{13} \quad v = \frac{12}{13}$$

**Řešení:**  $u = \frac{30}{13}$ ;  $v = \frac{12}{13}$

6)

Obě neznámé metodou dosazovací.

$$y = 3x + 7$$

$$y = -3x + 2$$

$$3x + 7 = -3x + 2$$

$$6x = -5$$

$$x = -\frac{5}{6}$$

$$y = 3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) + 7 = \frac{9}{2}$$

**Řešení:**  $x = -\frac{5}{6}$ ;  $y = \frac{9}{2}$

7)

Neznámá  $x$  metodou sčítací,  $y$  metodou dosazovací

$$(x+4)(y-2) = (x-5)(y+4)$$

$$(x+6)(y-1) = (x-1)(y+2)$$

$$xy - 2x + 4y - 8 = xy + 4x - 5y - 20$$

$$xy - x + 6y - 6 = xy + 2x - y - 2$$

$$\underline{-6x + 9y = -12} \quad / \cdot (-7)$$

$$\underline{-3x + 7y = 4} \quad / \cdot 9$$

$$42x - 63y = 84$$

$$\underline{-27x + 63y = 36}$$

$$15x = 120$$

$$x = 8$$

$$(-3) \cdot 8 + 7y = 4$$

$$7y = 28$$

$$y = 4$$

**Řešení:**  $x = 8$ ;  $y = 4$

8)

Neznámá  $x$  metodou sčítací,  $y$  metodou dosazovací

$$\frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \quad / \cdot 60$$

$$\frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \quad / \cdot 12$$

$$20(x+1) - 15(y+2) = 24(x-y)$$

$$\underline{3(x-3) - 4(y-3) = 24y - 12x}$$

$$20x + 20 - 15y - 30 = 24x - 24y$$

$$\underline{3x - 9 - 4y + 12 = 24y - 12x}$$

$$\underline{-4x + 9y = 10} \quad / \cdot 28$$

$$\underline{15x - 28y = -3} \quad / \cdot 9$$

$$-112x - 252y = 280$$

$$\underline{135x + 252y = -27}$$

$$23x = 253$$

$$x = 11$$

$$-4 \cdot 11 + 9y = 10$$

$$9y = 54$$

$$y = 6$$

**Řešení:**  $x = 11$ ;  $y = 6$

9)

Netypická soustava, v první rovnici chybí  $y$ .

$$\frac{2x - y + 3}{3} - \frac{x - 2y + 3}{6} = 4 \quad / \cdot 6$$

$$\frac{3x - 4y + 3}{4} - \frac{4x - 2y - 9}{12} = 4 \quad / \cdot 12$$

$$2(2x - y + 3) - 1 \cdot (x - 2y + 3) = 24$$

$$3(3x - 4y + 3) - 1 \cdot (4x - 2y - 9) = 48$$

$$4x - 2y + 6 - x + 2y - 3 = 24$$

$$9x - 12y + 9 - 4x + 2y + 9 = 48$$

$$3x = 21$$

$$5x - 10y = 30$$

$$x = 7$$

$$5 \cdot 7 - 10y = 30$$

$$-10y = -5$$

$$y = \frac{1}{2}$$

**Řešení:**  $x = 7$ ;  $y = \frac{1}{2}$

10)

$$(x - 2)(2y + 1) - (2x + 3)(y + 4) = 1$$

$$(3x + 2)(y + 2) - (x + 1)(3y - 2) = -4$$

$$2xy + x - 4y - 2 - (2xy + 8x + 3y + 12) = 1$$

$$3xy + 6x + 2y + 4 - (3xy - 2x + 3y - 2) = -4$$

$$2xy + x - 4y - 2 - 2xy - 8x - 3y - 12 = 1$$

$$3xy + 6x + 2y + 4 - 3xy + 2x - 3y + 2 = -4$$

$$-7x - 7y = 15$$

$$-7x - 7y = 15 \quad / \cdot 8$$

$$8x - y = -10 \quad / \cdot (-7)$$

$$8x - y = -10 \quad / \cdot 7$$

$$-7x - 7y = 15$$

$$-56x - 56y = 120$$

$$-56x + 7y = 70$$

$$56x - 7y = -70$$

$$-63x = 85$$

$$-63y = 50$$

$$x = -\frac{85}{63}$$

$$y = -\frac{50}{63}$$

**Řešení:**  $x = -\frac{85}{63}$ ;  $y = -\frac{50}{63}$

**11)**

$$7x + 3y = 100 \quad / \cdot (-2)$$

$$\underline{14x + 6y = 200}$$

$$-14x - 6y = -200$$

$$\underline{14x + 6y = 200}$$

$$0 = 0$$

Soustava má nekonečně mnoho řešení,  $x$  je libovolné číslo,

$y$  musíme vyjádřit z první nebo druhé rovnice.

$$7x + 3y = 100$$

$$3y = 100 - 7x$$

$$y = \frac{100 - 7x}{3}$$

**Řešení:**  $x \in R; y = \frac{100 - 7x}{3}$

**12)**

$$-5x + 4y = 7 \quad / \cdot 2$$

$$\underline{10x - 8y = 9}$$

$$-10x + 8y = 14$$

$$\underline{10x - 8y = 9}$$

$$0 = 23$$

**Řešení:**  $P = \emptyset$  (soustava nemá řešení).