

Mocniny s celočíselným exponentem

Definice mocniny se záporným exponentem

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

Například

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} \quad 4^{-2} = \frac{1}{4^2} \quad x^{-4} = \frac{1}{x^4} \quad a^{-5} = \frac{1}{a^5}$$

Pravidlo pro umocňování zlomků záporným exponentem

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad a \neq 0; b \neq 0; n \in \mathbb{N}$$

Zlomek umocníme záporným exponentem tak, že:

1. zlomek převrátíme (prohodíme čitatele a jmenovatele)
2. u exponentu změním znaménko na kladné

Například

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} &= \left(\frac{2}{1}\right)^5 = 2^5 = 32 & \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16} \\ \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} &= \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8} & \left(\frac{a}{b}\right)^{-3} &= \left(\frac{b}{a}\right)^3 = \frac{b^3}{a^3} \end{aligned}$$

Pravidlo pro úpravu zlomků s mocninami se zápornými exponenty

U zlomku, v jehož čitateli i jmenovateli je pouze součin, můžeme převést mocninu z čitatele do jmenovatele nebo naopak, ale musíme současně změnit znaménko exponentu na opačné.

Například:

$$\begin{aligned} \frac{8a^{-5}b^8}{5x^{-4}y^6} &= \frac{8b^8x^4}{5y^6a^5} \\ \frac{4x^{-2}y^3}{5a^{-3}b^{-4}} &= \frac{4y^3a^3b^4}{5x^2} \\ \frac{5x^{-4}y^{-2}}{x^2y^{-3}} &= \frac{5y^3}{x^2x^4y^2} = \frac{5y}{x^6} \end{aligned}$$

Definice mocniny s exponentem nula

$$a^0 = 1; \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

Například

$$5^0 = 1 \quad (-2)^0 = 1 \quad x^0 = 1$$

Pravidla pro počítání s mocninami s celočíselným exponentem

Pro počítání s mocninami s celočíselným exponentem platí stejná pravidla, jako pro mocniny s přirozeným exponentem.

Mocniny se stejným základem násobíme tak, že základ opíšeme a exponenty sečteme.

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

Mocniny se stejným základem dělíme tak, že základ opíšeme a exponenty odečteme.

$$a^r : a^s = \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}; \quad a \neq 0$$

Mocninu umocníme tak, že základ opíšeme a exponenty vynásobíme.

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

Součin umocníme tak, že umocníme každého činitele.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Podíl umocníme tak, že umocníme čitatele i jmenovatele.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; a \neq 0; b \neq 0$$

Číslo tvaru $a \cdot 10^n$

Každé reálné číslo lze vyjádřit ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $a \in \langle 1; 10 \rangle$, $n \in \mathbb{Z}$. Zapisujeme tak hlavně velmi malá nebo velmi velká čísla.

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\,000$$

$$10^4 = 10\,000$$

$$10^5 = 100\,000$$

$$10^6 = 1\,000\,000$$

atd.

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0,1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0,0001$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0,00001$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0,000001$$

atd.

Například:

$$62\,000\,000 = 6,2 \cdot 10\,000\,000 = 6,2 \cdot 10^7$$

$$2\,520\,000 = 2,52 \cdot 1\,000\,000 = 2,52 \cdot 10^6$$

$$0,54 = 5,4 \cdot 0,1 = 5,4 \cdot 10^{-1}$$

$$0,008 = 8 \cdot 0,001 = 8 \cdot 10^{-3}$$

$$0,000045 = 4,5 \cdot 0,00001 = 4,5 \cdot 10^{-5}$$